

2023年度信州大学大学院総合人文社会研究科 経済学分野 後期日程入学試験問題

注意事項

1. この問題冊子は、試験開始の合図があるまで、開いてはいけない。
2. 解答用紙は、問題冊子とは別になっているので、解答は、すべて解答用紙に記入すること。
3. 受験番号を、解答用紙の“学籍番号”記入欄に記入すること。決して、氏名は書いてはいけない。
4. 問題は、ミクロ経済学分野から7問（問題1と問題2、問題3から5問）、マクロ経済学から7問、統計学分野から6問（問題1から2問、問題2から4問）の合計20問あるので、全てについて、解答すること。

問題1 労働供給

ある個人は、働いて得た賃金の全てを消費財 y の購入に支出している。1日に働く時間数を l ($0 \leq l \leq 24$) とすると、働かない時間 h が余暇となり、 $h = 24 - l$ と定義される。この個人の効用水準 u は、消費財 y の消費量 y と、余暇の時間数 h に依存しており、効用関数は、 $u = h^{\frac{1}{3}}y^{\frac{2}{3}}$ で示される。消費財 y の価格が1単位当たり16、労働1時間当たりの賃金率は8であるとする。この個人が効用を最大にするように行動するならば、1日当たりの労働時間数は何時間か？

問題2 ゲーム理論

ショータ君とマリンちゃんがゲームをしています。ゲームの内容は、ショータ君が、コインを左右どちらかの手に握ります。そして、マリンちゃんが、どちらの手に握っているかをあてるというものです。マリンちゃんが、あてることができれば、ショータ君は、マリンちゃんに**500円**を払います。はずれてしまった場合、マリンちゃんが、ショータ君に**300円**を払います。この状況を、ゲーム理論の分析手法で整理すると、少なくとも、一つの混合戦略のナッシュ均衡が存在することが分かります。ナッシュ均衡を、解答しなさい。

問題3 モラル・ハザードとエージェンシー問題

ある企業（プリンシパル）が、労働者（エージェント）と契約する問題を考えてみる。企業（プリンシパル）も、労働者（エージェント）も、共にリスク中立的であると仮定する。

⇒労働者が従事する仕事の成果は、労働者の努力水準の影響を受けるものとする。

- ・ 単純化のため、仕事の成果は、高い売上 y_G と、低い売上 y_B の2通りだけだと仮定する。（ $y_G > y_B$ ）
- ・ 仕事の成果が、 y_G であったか、それとも、 y_B であったかは、企業（プリンシパル）から、観察可能（確認できる）ものとする。
- ・ どちらの売上が実現するかは、労働者の努力水準に依存する。

⇒ここでも、単純化のため、労働者は、努力水準として、高い努力水準 e_H と、低い努力水準 e_L の、どちらかを選ぶものとする。

⇒・労働者が、 e_H を選んだ場合、仕事の成果は、 $\frac{11}{12}$ の確率で y_G 、 $\frac{1}{12}$ の確率で y_B になる。

・労働者が、 e_L を選んだ場合、仕事の成果は、 $\frac{1}{12}$ の確率で y_G 、 $\frac{11}{12}$ の確率で y_B になる。

- ・ ただし、企業側は、労働者が、高い努力水準 e_H と、低い努力水準 e_L の、どちらを選んだのか、観察不能（確認できない）ものとする。

⇒このため、特定の努力水準を選ばせるように、選んだ努力水準に応じて報酬が変化するような賃金契約を結ぶことはできない。

⇒企業側（プリンシパル）が確認できるのは“仕事の成果（ y_G or y_B ）”であり，“仕事の成果”に応じて、高い売上 y_G が実現した場合の報酬を w_G 、低い売上 y_B が実現した場合の報酬を w_B とする業績連動の報酬体系を採用せざるを得ない。

ここで、労働者が努力することについて、以下の費用を負担するものと仮定する。

- ・ 労働者は、高い努力水準 e_H を選んだ場合、努力の費用 10 が発生する。
- ・ 労働者が、低い努力水準 e_L を選んだ場合、努力の費用を負担することはない。

さて、ここで、企業（プリンシパル）が、労働者（エージェント）と契約する状況を整理すると…

第1段階：企業が賃金契約を設定して、労働者に提示する

⇒ 高い売上 y_G が実現した場合の報酬を w_G 、低い売上 y_B が実現した場合の報酬を w_B とする。

第2段階：労働者は、企業が提示する賃金契約を見て、契約を受け入れるか、拒否するかを決定する。

第3段階：（その1）企業が提示した契約を受け入れた場合

⇒ 労働者は、努力水準として、高い努力水準 e_H と、低い努力水準 e_L の、どちらかを選ぶ。

（その2）企業が提示した契約を拒否した場合

⇒ 企業に就職しないで、フリーターとして生きていくことを選んだ場合の収入を、144 とする。

第4段階：仕事の成果として、高い売上 y_G か、低い売上 y_B か、どちらかが実現する。

企業側は、仕事の成果を確認した上で、労働者に、契約に基づいた報酬を支払う。

企業側の収入は、売上から労働者への報酬を支払った残り、つまり、“ $y_G - w_G$ ”あるいは、“ $y_B - w_B$ ”となる。

(1) 労働者が、この企業で働くことを選んだ場合（企業が提示した契約を受け入れた場合）、労働者が、高い努力水準 e_H を選ぶため、 w_G と w_B が満たすべき条件（インセンティブ条件）を求めなさい。（期待収入が同じであれば、高い努力水準 e_H を選ぶものと仮定します。）

(2) 労働者が、フリーターになることを選ばず、この企業で働こうと考えるため、 w_G と w_B が満たすべき条件を求めなさい。（努力水準 e_H を選ぶケース、努力水準 e_L を選ぶケース、それぞれについて答えなさい。）この企業で働く場合とフリーターになる場合の雇用条件が同じであれば、労働者はフリーターを選ばず、この企業で働くことを選択するものと考えます。

(3) 企業にとって、労働者に努力水準 e_H を選ばせた方が期待収入が高くなるような y_G と y_B に関する条件を求めなさい。

(4) 努力水準 e_H を選ばせた方が良い場合に、企業の期待収入を最大化する w_G と w_B の組合せの例として、問題3

(1) で求めたインセンティブ条件が等号で成立するケースの w_G と w_B を求めなさい。

(5) 最後に、企業側はリスク中立的、労働者側はリスク回避的で、労働者は、期待効用の最大化を考えているケース、つまり、リスクシェアリングを考慮する必要がある場合を考えてみる。労働者がリスク回避的という仮定から、労働者の効用関数を $u(w) = w^{\frac{1}{2}}$ (w は報酬額) とする。引き続き、**努力水準** e_H を選ばせた方が良い場合を考えると、企業の期待収入を最大化する w_G と w_B の組合せは、労働者側がリスク回避的な場合の“インセンティブ条件”と“参加制約条件”が共に等号で成立するケースの w_G と w_B となる。そこで、労働者側がリスク回避的のケースでのインセンティブ条件と参加制約条件を整理した上で、企業の期待収入を最大化する w_G と w_B の組合せを求めなさい。

注意) 問題 3 (5) の場合、高い努力水準 e_H を選んだ時の努力の費用 10 は、効用水準で図ったものとする。したがって、 e_H を選んだ場合の効用は、 $u(w) - c$ という形で計算できるものとする。

マクロ経済学分野

問題 1 ある国のマクロ経済が、次の式で示されている、ケインジアン の 45 度線モデルを考える。

$$Y = C + I + G,$$

$$C = 10 + 0.9 \times (Y - T),$$

$$I = G = T = 10.$$

ただし、 Y : 国民所得、 C : 消費、 I : 投資、 G : 政府支出、 T : 租税である。

この経済の国民所得 Y を求めなさい。

問題 2 問題 1 の経済において、政府支出が 1 単位増加したときに、国民所得が何単位変化するかを求めなさい。

問題 3 問題 1 の式に、以下の式が加わったケインジアン の IS-LM モデルを考える(このモデルでは問題 1 と異なり投資は定数ではなくなる)。

$$I = 10 - r,$$

$$\frac{M}{P} = 7 + Y - 5 \times r.$$

$$P = 10, M = 10.$$

ここで、 r は利子率、 M は名目貨幣供給量、 P は物価水準を表す。この経済の国民所得を求めなさい。

問題 4 問題 3 の経済において、政府支出が 1 単位増加したときに、国民所得が何単位変化するかを求めなさい。

問題 5 以下の式からなる新古典派成長モデルを考える:

$$Y_t = A \times K_t^{1/3} \times L^{2/3},$$

$$I_t = s \times Y_t,$$

$$K_{t+1} = I_t + (1 - \delta) \times K_t,$$

$$A = 1, L = 8, s = 10\%, \delta = 10\%.$$

ただし、 t : 年もしくは期、 Y_t : 生産量、 K_t : 物的資本、 A : 生産性、 L : 労働投入、 I_t : 投資、 s : 貯蓄率、 δ : 資本減耗率である。この経済で、物的資本 K_t が時間を通じて一定となる(つまり、 $K_t = K_{t+1}$ が成立するときに)定常状態で、物的資本 K は何単位になるか求めなさい。

問題 6 問題 5 の経済で、物的資本 K が時間を通じて一定となる定常状態で、生産量 Y は何単位になるかを求めなさい。

問題 7 問題 5 の経済を前提とする。ただ、本問題では、生産性 A と労働投入 L は定数ではないとする。5 年間の間に、生産量 Y_t は 3%成長し、物的資本 K_t は 4%成長した。一方で、労働投入 L は 1%減少した。このとき、生産性 A は何%成長したか求めなさい。

統計学分野

問題 1

X と Y を独立な標準正規分布に従う確率変数とする.

- (1) X と Y の共分散の定義を述べ (答えのみでよい), X と Y の共分散の値を求めよ.
- (2) $Z = X + Y$ と定める. Z の分散を求めよ.
- (3) X と Z の相関係数の定義を述べよ. (答えのみでよい)
- (4) X と Z の相関係数を求めよ.

問題 2

X を平均が 1 で分散が 2 の確率変数とする.

- (1) X^2 の期待値 $E[X^2]$ を求めよ.
- (2) $E[(X - a)^2]$ を最小とする実数 a を求めよ.