

非定常流体力の積極利用に関する スポーツ流体力工学的研究

山形大学 瀬尾和哉

How to Use Unsteady Aerodynamic Forces in Sports — A Fluid Engineering Study

by

Kazuya Seo

*Faculty of Education, Art & Science,
Yamagata University*

ABSTRACT

What are the features of optimal kicks in rugby? What is the best way to achieve satisfactory kicks? The objective of this paper is to provide the answers to these questions by optimizing the initial velocity and angular velocity vectors for three kinds of kick - the punted kick, the kick into touch and the kick for goal.

要 旨

本研究の目的は、非定常性によって生成される流体力の寄与を定量的に明らかにし、スポーツ流体力工学をもう一段階高みに引き上げることである。今回は、ラグビーボールの飛翔を研究例として、報告する。3種類のキックに関して、風洞実験をした。長軸周りに回転するタッチキック、短軸周りに回転するゴールキック、ほぼ無回転のハイパントである。これらの飛翔を模擬した風洞実験を

行うため、ボール内部にモーター等を挿入し、短軸および長軸周りに回転するラグビーボール模型を制作した。これらにより、回転するラグビーボールに働く非定常流体力を計測した。計測した空気力に基づき、3種類のキックの飛翔軌跡を計算した。さらに、遺伝的アルゴリズムを応用した最適化により、3種のキックそれぞれの最適なキックの特徴を明らかにした。

1. はじめに

従来のスポーツ流体力学的手法は、ある物体にかかる静的な流体力を風洞実験やCFD等で知り、その静的な力が各瞬間瞬間に成り立つと仮定し、飛行軌跡や推進力等を算出していた。しかし、実際のスポーツ競技は、姿勢一定で進行するわけではない。水泳然り、スキージャンプ然り、である。非定常性(物体の運動)による流体力の寄与を考慮しなければならない。非定常流体力の典型例としては、ダイナミックストールあるいは動的失速と呼ばれる揚力発生機構がある。大きな流体力を発生させる主因は、物体と剥離渦の相互作用であり、流体力学の各分野で盛んに研究が行われ始めた。非定常流体力の積極利用は競技レベルをさらに引き上げる可能性がある。本報告では、ラグビーボールの飛翔に関して、非定常流体力の寄与を明らかにし、さらに遺伝的アルゴリズムによる最適化により、非定常流体力の積極利用法を提言する。

2. ラグビーボールに働く空気力

2. 1 キックの分類

ラグビーボールの飛翔をボールの回転に着目し、分類すると3つに分けられる。すなわち、長軸周りに回転するタッチキック、短軸周りに回転するゴールキックやドロップキック、ほぼ無回転のハイパントである。

タッチキックは陣地を挽回する局面で主に使われる。ボールは、その長軸周りにスピンしながら飛翔する。選手が知りたいのは、前進方向飛距離を最大にするタッチキックの蹴りだし条件である。また、ゴールキックは、直接得点につながるキックで、重要である。短軸回りにスピンしながらの飛翔である。ゴールを成功させるためには、どのような条件で蹴りだすべきであろうか?また、ほぼ無回転のハイパントはしばしば揺れる。元ラグーマンである著者は実際に体験してきた。揺れる

ハイパントは相手選手にとって捕球しがたいため、有効な武器となりうる。ゆらゆら揺れるハイパントはどのように蹴りだせばいいのであろうか?、そもそもなぜ揺れるのであろうか?これらの条件を知るためには、ボールに働く空気力測定と飛翔軌跡の計算が必要である。タッチキックやゴールキックを模擬するためには、無回転のボールに働く静的な空気力測定のみでは不十分である。ボールを長軸、あるいは短軸周りに回転させて、回転するボールに働く非定常流体力を測定しなければならない。そこで、今回、長軸周りに回転するラグビーボールと短軸周りに回転するラグビーボールを製作し、それぞれの軸周りに回転する場合、および無回転の場合について、風洞実験を行った。

2. 2 長軸周りに回転するラグビーボールの風洞実験

長軸周りに回転するラグビーボールのフライトは、タッチキックに相当する。風洞実験の外観を図1に示す。使用したボールはワールドカップ公式球 (Triple Crown, Size 5, Gilbert) である。ボール長軸に沿って回転軸を挿入した (図2)。この回転軸とモーター (AXU425A-A, Oriental Motor) をプーリーを介して接続し、ボールを回転させた。回転速度はモータコントロールユニット (AXUD90A, Oriental Motor) で制御した。

実験では長軸周りに回転するボールに働く空気力をストラットタイプの6分力天秤 (LMC-6524-50S, Nissho Electric Works) で測定した。6分力の内、ローリングとヨーイングモーメントは無視できる程度であったため、実質的には図3に示す4つの空気力を測定した。風速 \vec{V} 方向に働く抗力 D 、流れに垂直で上向きに働く揚力 L 、両者に垂直な横力 Y 、 Y 軸周りのピッチングモーメント M である。実験で取得した空気力は、式(1)により、抗力係数 C_D 、揚力係数 C_L 、横力係数 C_Y に変換した。ピッチングモーメントは式(2)によりピッチン

グモーメント係数 C_m に変換した.

$$C_{D,L \& Y} = \frac{D, L \& Y}{\frac{1}{2} \rho |\vec{V}|^2 V_b^{2/3}} \quad (1)$$

$$C_m = \frac{M}{\frac{1}{2} \rho |\vec{V}|^2 V_b} \quad (2)$$

ここで ρ は空気密度で $\rho = 1.2 \text{ kg/m}^3$, $|\vec{V}|$ は風速, V_b はラグビーボールの体積で, 測定値より $V_b = 4.8 \times 10^{-3} \text{ m}^3$ とした.



図1 The experimental set-up

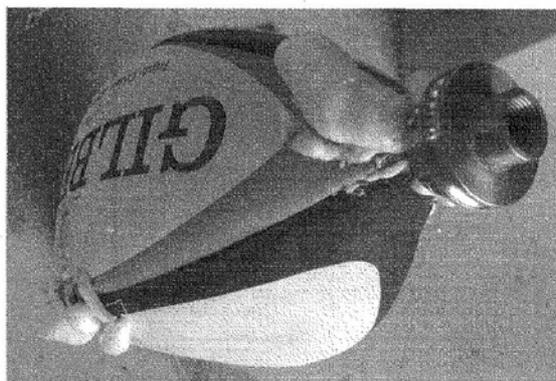


図2 Rugby ball with the spinning rod

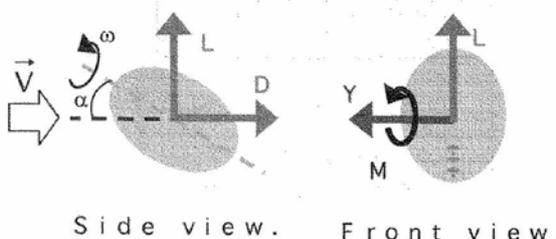


図3 A definition of aerodynamic forces in wind angles

変数の定義も図3に示した. ボール長軸と \vec{V} とのなす角を迎え角 α とした. 風速 $|\vec{V}|$ は $15 \sim 30 \text{ m/s}$, 回転速度 ω は $1 \sim 10 \text{ rev./s}$, 迎え角 α は $0 \sim 90^\circ$ の範囲で実験した. これらの実験条件は実
デサントスポーツ科学 Vol. 28

際のタッチキックの範囲を包含している. 回転方向は風上からボール長軸を眺めたとき, 反時計回りである. これは左足で蹴ったタッチキックに対応する. 空気力はサンプリング周波数 1 KHz で, 約10秒間分を取得した.

2. 3 短軸周りに回転するラグビーボールの風洞実験

ゴールキックの飛翔を模擬するため, 短軸周りに回転するラグビーボールの風洞実験を行った. ボールの短軸に沿って, 図4のように内部にモーターを組込んだ.

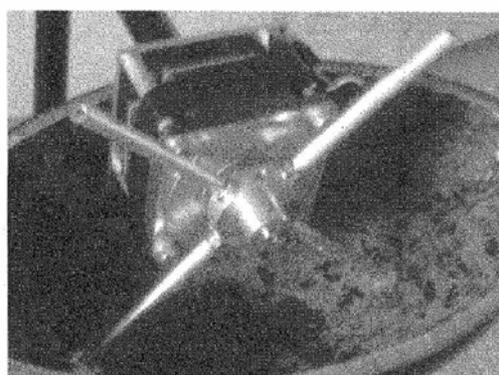


図4 Spinning mechanism

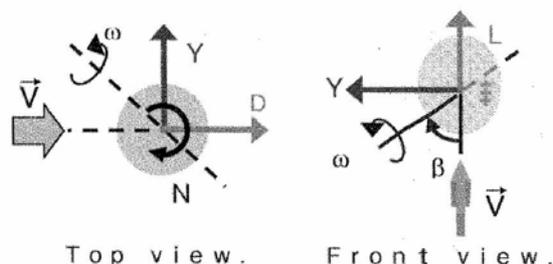


図5 Definitions of aerodynamic forces and characteristic parameters

空気力と各変数の定義を図5に示した. 図5の左図は上からの目線, 右図は吹出し口からの目線である. ボールは短軸周りに回転しているが, 図5では流入する風の速度ベクトル \vec{V} と長軸が直交する瞬間, つまり投影面積が最大になる瞬間を描いた. 投影面積は回転に伴い, 時々刻々変化する. 回転する短軸と \vec{V} のなす角を β° , 回転速度を $\omega \text{ rev./s}$ とした. 風速 $|\vec{V}|$ は $15 \& 20 \text{ m/s}$, ω は $2 \sim 10 \text{ rev./s}$, β は $0 \sim 90^\circ$ の範囲に設定し, 実験を行っ

た。実際のゴールキックの $|\vec{V}|$ は26.4 m/s程度と報告されている¹⁾が、モータのトルク不足により、 $|\vec{V}| > 20\text{m/s}$ の領域では、とくに低回転速度でボールを回転させることが出来なかった。ローリングモーメントとピッチングモーメントはほぼ0であったため、実質的には図5で示した抗力：D、揚力：L、横力：Y、ヨーイングモーメント：Nを測定した。

2. 4 無回転ラグビーボールの風洞実験

無回転の場合も図3と同様の4空気力を測定した。実験では、 α を0~90°、 $|\vec{V}|$ を15~30m/sの範囲で変化させた。また、無回転の場合、縫い目角 σ も変数とした。縫い目角 σ は、風洞吹き出し口から風下をみて $\alpha = 90^\circ$ で縫い目位置がよどみ点になる場合 ($\alpha = 0^\circ$ では真下にくる場合)を0°, 右にくる場合を90°, $\alpha = 90^\circ$ で真後にくる場合を180°, 左にくる場合を270°と定義した。 σ は0~360° (1周)の範囲で変化させた。

3. 空気力測定の結果

3. 1 長軸周りに回転する場合

縦三分力 (抗力係数 C_D 、揚力係数 C_L 、ピッチングモーメント係数 C_m)の迎え角 α 依存性を図6に示した。縦三分力に関しては、回転速度依存性および風速依存性は無視できる程度であったため、平均値をエラーバーとともに示した。抗力係数 C_D は α とともに増加する。揚力係数 C_L も α とともに増加するが、 $\alpha > 60^\circ$ では減少に転ずる。すなわち、失速角は $\alpha = 60^\circ$ 近傍である。 $\alpha = 0^\circ$ & 90° では $C_L = 0$ となる。 C_m も $\alpha = 0^\circ$ & 90° では0になる。それ以外の α では C_m は正、つまり頭上げのモーメントである。図7は長軸周りに回転する場合の C_Y の回転速度 ω 依存性である。迎え角 $\alpha = 0^\circ$ の場合、 $C_Y = 0$ であるが、 $\alpha \geq 30^\circ$ では $|C_Y|$ は ω とともに増大する。この増大は、マグヌス力である。回転速度 ω が同じならば $\alpha = 90^\circ$ の $|C_Y|$ が

最大となる。

飛翔軌跡を計算するため、実験データを多項式で回帰した。縦三分力 (C_D , C_L & C_m) は α の関数として、 C_Y は α と ω の関数として、回帰した。

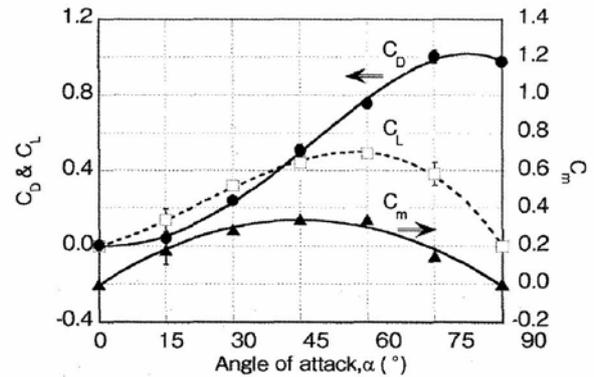


図6 The angle of attack dependence of C_D , C_L and C_m .

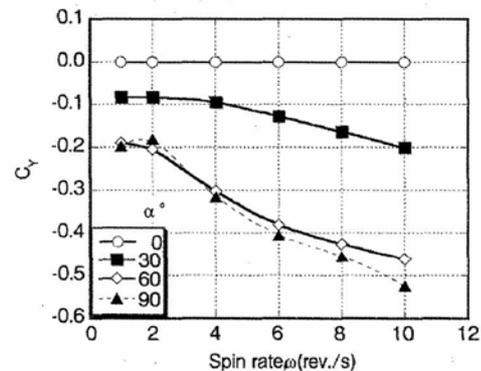


図7 The spin rate dependence of C_Y

3. 2 短軸周りに回転する場合

抗力係数 C_D 、揚力係数 C_L 、横力係数 C_Y を回転速度 ω の関数として図8に示した。

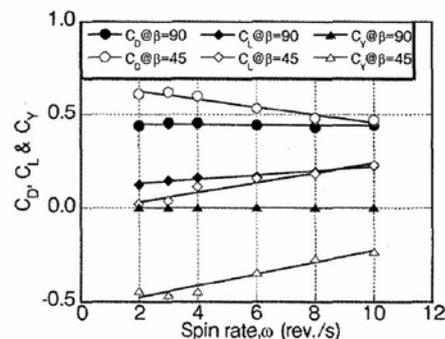


図8 The aerodynamic force coefficients as a function of the spin rate

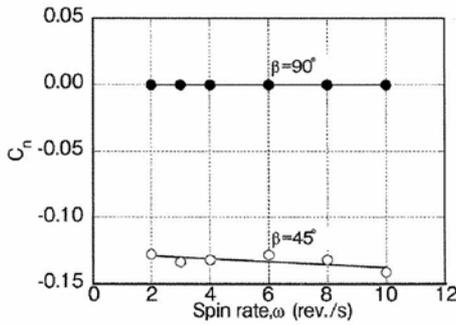


図9 The yawing moment coefficients as a function of the spin rate

図8より、 $\beta = 90^\circ$ では、 C_D は ω によらず、一定値：0.44になる。 $\beta = 45^\circ$ では、 C_D は ω とともに減少する。 β による C_D の大小比較をすると、 $\beta = 45^\circ$ の方が $\beta = 90^\circ$ より大きい。この理由は、風に対する投影面積にある。ボールは短軸周りに回転しているが、 $\beta = 45^\circ$ の方が時間平均した投影面積が大きいためである。一方、 C_L は ω に対して直線的に増加する。 C_L の増加はマグナス力のためである。 β による C_L の大小比較をすると、 $\beta = 90^\circ$ の方が $\beta = 45^\circ$ より大きい。差は ω が小さい領域ほど大きい。 $\beta = 90^\circ$ では、回転軸とが直交するため、最大のマグナス力となるが、 $\beta = 45^\circ$ では、回転するボールととの相対速度が減少するため、マグナス力が小さくなる。また、 $\beta = 45^\circ$ では、 C_Y は負である。風に対して、投影面積が最大（ボール長軸と \vec{V} が直交）となる瞬間には、 β によらず横力は働かない。しかし、それ以外の瞬間には、ボールの上流側に風が当たり、負の方向に横力が働く。その結果、時間平均した C_Y は $\beta = 90^\circ$ 以外で負になる。図9より、 $\beta = 45^\circ$ では、 C_n も負である。理由は、 C_Y と同様である。 C_n は ω に対して直線的に減少する。以上、4つの空力係数を ω と β の関数として多項式で回帰し、飛翔軌跡を計算する際に使用した。

3. 3 無回転の場合

縦三分力の迎え角 α 依存性は、長軸周りに回転する場合（図6）とほぼ同様であった。横力係数 C_Y を縫い目角 σ の関数として図10に示した。迎

え角 α を変数とした。 $\alpha = 0^\circ$ の場合、 C_Y はほぼ0である。迎え角 $\alpha = 30^\circ$ では縫い目位置が一周する間（ $0 \leq \sigma < 360^\circ$ ）に C_Y は1周期分の変化をする。迎え角 $\alpha = 60^\circ$ になると σ とともに1周期分の変化をするが、さらに高周波の振動も出現する。迎え角 $\alpha = 90^\circ$ では、縫い目位置が一周する間に C_Y は4周期分の変化をする。

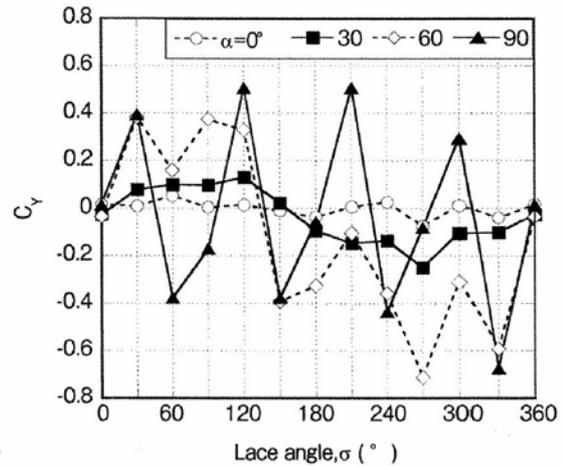
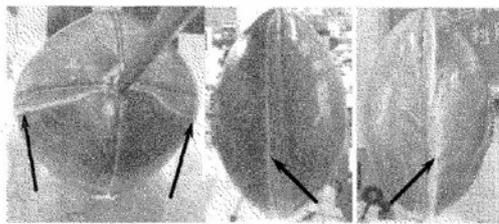


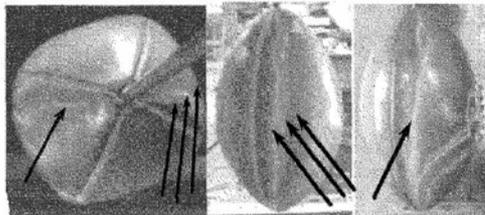
図10 C_Y as a function of the lace angle

C_Y の σ 依存性について詳しく調べる目的で、オイルフロー実験を行った。結果を図11～13に示す。左図は風洞上部から下流に向かって見た図、中図と右図はボールを横から見た図で、風洞吹出し口から見て、中図は右側、右図は左側から見た図である。風向を図の下に矢印で示した。境界層が剥離していない領域では、白色オイルは流され、ボールの黒色があらわになる。境界層が剥離する地点では、白色オイルは流されず、重力によって鉛直下方に流下するため、白線（＝剥離線）となって出現する。図11より、この剥離線は前方よどみ線から測って、左右対称で約 80° に位置する（図中に矢印で指し示した）。この結果、 $\sigma = 0^\circ$ では $C_Y = 0$ となる。一方、図12の中図では、黒い領域中に縦長の白い領域が出現した。この白い領域は、層流境界層が剥離した下流の層流剥離泡領域である。そのさらに下流では、乱流境界層として再付着し、再び剥離する。図12の右図では、図11の剥離線とほぼ同じ位置に剥離線がある。

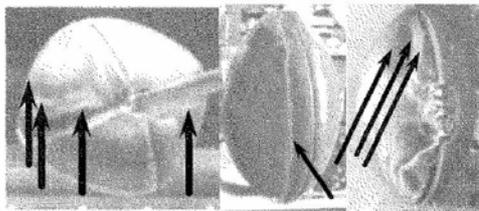
この結果、流れは左右非対称となり、 $\sigma = 330^\circ$ では $C_Y < 0$ となる。図13では、縫い目の効果は見られるが、基本的には図12の左右を入れ替えた図である。結果として、 $\sigma = 300^\circ$ では $C_Y > 0$ となる。 $\sigma = 270^\circ$ は、 $\sigma = 0^\circ$ とほぼ同様の油膜模様であった。縫い目角 90° 分で C_Y は1周期分の変化をした。よって、縫い目角 360° 分では、図10のように C_Y は4周期分変化する。



Wind ↑ → ←
図11 Oil flow pattern @ $\sigma = 0^\circ$ & $\alpha = 90^\circ$



Wind ↑ → ←
図12 Oil flow pattern @ $\sigma = 330^\circ$ & $\alpha = 90^\circ$



Wind ↑ → ←
図13 Oil flow pattern @ $\sigma = 300^\circ$ & $\alpha = 90^\circ$

これらの実験結果より、次のことが示唆された。迎え角が大きく ($\alpha \approx 90^\circ$)、かつゆっくり回転している場合には、横力Yの方向が時間とともに正負に反転するため、ボールは揺れながら飛翔する。

4. 最適化

本研究では、最適化手法としてDebらによって

提唱されたNSGA-II²⁾を採用した。NSGA-IIは非優越ランキングソート (NSGA: Non-dominated Sorting Genetic Algorithm)³⁾にエリート主義を導入したアルゴリズムである。

4. 1 制御変数

慣性座標系 (X_E - Y_E - Z_E)を図14のように定義した。原点は左タッチラインとゴールラインとの交点とした。ゴールラインに向かって、左側のタッチラインを X_E 、ゴールライン右方向を Y_E 、鉛直下方を Z_E である。

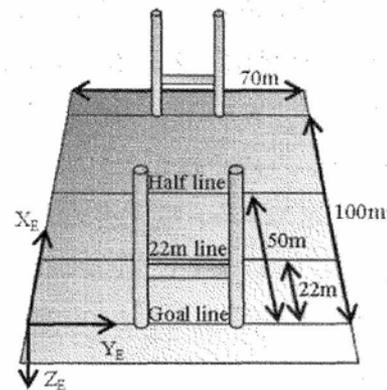


図14 Inertial Coordinate system

表1 Control parameters

制御変数	記号
速度ベクトルの大きさ	$ \vec{V}_0 $
飛行経路角	γ_0
方位角	χ_0
角速度ベクトルの大きさ	$ \vec{\omega}_0 $
角速度ベクトルの仰角	ι_0
角速度ベクトルの方位角	κ_0
ヨー角	Ψ_0
ピッチ角	Θ_0
ロール角	Φ_0

制御変数は、全て蹴りだし時にキッカーが制御できる変数とした。表1に示した9個である。すなわち、速度ベクトルの大きさと方向 ($|\vec{V}_0|, \gamma_0$ & χ_0)、角速度ベクトルの大きさと方向 ($|\vec{\omega}_0|, \iota_0$ & κ_0)、そして慣性座標に対する姿勢を表すオイラー角 (Ψ_0, Θ_0 & Φ_0) である。制御変数には実用的な制御範囲を設けた。

4. 2 タッチキックの最適化

目的関数を表2に示す。目的関数F1は前進方向飛距離： $X_E(t_f) \times -1$ 、F2はボール重心とタッチラインの横方向偏差： ΔY_E である。ここで、 (X_E, Y_E, Z_E) は慣性座標系で、図14に示す通りである。また、 t_f は飛翔時間である。最適化では、両目的関数を最小化することになる。目的関数の値を知るために、運動方程式等を連立させて数値積分した。

表2 Objective functions for a kick into touch

目的関数	物理的意味
$F1 = -X_E(t_f)$	X_E 方向の飛距離
$F2 = \Delta Y_E(t_f)$	落下位置の Y_E とタッチライン間の距離

22mライン内側からの左足タッチキックを最適化した。初期位置は、ゴールラインから20m前方、タッチラインから20m内側、地上0.5mとした。すなわち、 $(X_E, Y_E, Z_E) = (20, 50, -0.5)$ と $(X_E, Y_E, Z_E) = (20, 20, -0.5)$ とした。前者は右側のタッチラインに左足で蹴りだす場合でI、後者は左側のタッチラインに左足で蹴りだす場合でIIとする。

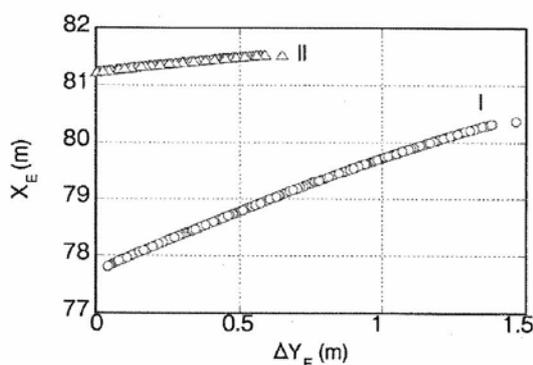


図15 Pareto-optimal solutions in the case of the kick into touch

最適化の結果を図15に示した。横軸はボール重心とタッチラインの横方向偏差： ΔY_E 、縦軸は前進方向飛距離： X_E である。 ΔY_E は0に近く、 X_E は大きいほど理想的であるが、両者が同時に達成される唯一の最適解はない。最適解はパレート解となる。飛距離はIIの方がIよりも長くなっ

た。これらの最適解に対応する Θ_0 と γ_0 の関係を図16に示した。 Θ_0 はピッチ角で、ボール長軸と水平面 X_E - Y_E のなす角、 γ_0 は飛行経路角で速度ベクトルと水平面 X_E - Y_E のなす角である。Iの場合、ほぼ $\Theta_0 = \gamma_0$ 、IIの場合は、 $\Theta_0 > \gamma_0$ である。 Θ_0 と γ_0 のとりべき範囲は、Iの場合 $35 < \gamma_0 < 41^\circ$ で広く、IIの場合 $45 < \gamma_0 < 47^\circ$ で狭い。 $\Theta_0 = \gamma_0$ は蹴り出し時の歳差運動が皆無、 $\Theta_0 > \gamma_0$ はキッカーから見て時計回りの歳差運動が生じる。歳差運動が生じると迎え角が増大するため、抗力が増加してしまう。しかし、IIの場合、若干の歳差運動により抗力が増加してもボールの頭を蹴り出し直後に内へ向けることが出来る。これにより、ボールがタッチラインに近づき過ぎることを防ぎ、前進方向飛距離を稼げる。一般的にはIのタッチキックの方が頻繁に行われる。すなわち、タッチラインから遠い側の足で蹴りだすのが常識である。この理由は、Iの方がより容易に最適解を満たせるためであると考えられる。しかし、より長い飛距離を欲するのならば、最適解を満たすための初期許容ウィンドウが狭くともタッチラインに近い側の足で蹴りだした方がよい。

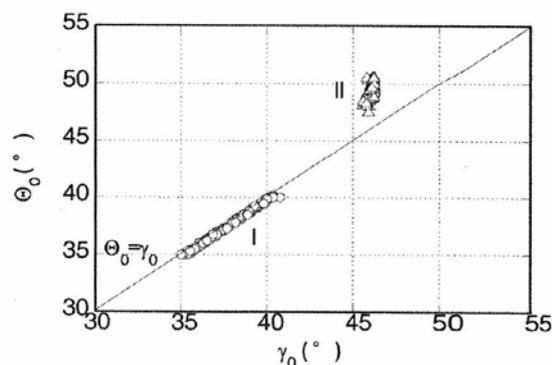


図16 The relationship between the initial flight path angle γ_0 and the pitch angle Θ_0

4. 3 ゴールキックの最適化

キッカーが練習する時には、最適蹴り出し条件、言い換えれば、最も確実に成功する蹴り出し条件を意識して練習する必要がある。最適蹴り出し条件から多少前後したとしても成功する確率はなお

高いからである。最も確実に成功するゴールキックとは、両ポストの真中を通過し、かつクロスバー通過時のボール高度が高いキックである。ここでは、22m ライン上、斜め45度からのゴールキックを最適化する。初期位置は、 $(X_E, Y_E, Z_E) = (78, 13, -0.5)$ とする。2つの目的関数を表3に示した。

表3 Objective functions for a kick for goal

目的関数	物理的意味
$F1= Y_E (tf) - 35 $	両ポールの中間とボール位置の Y_E 方向偏差
$F2=Z_E (tf)$	ボール高度

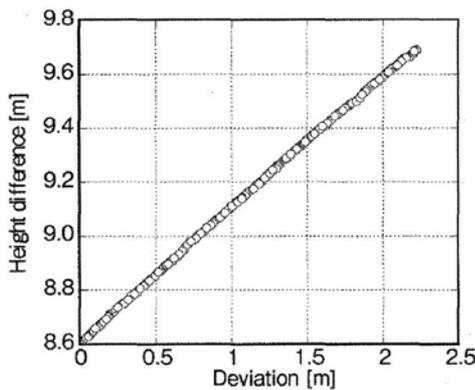


図17 Pareto-optimal solutions of the kick for goal from 45° on the 22 meter line

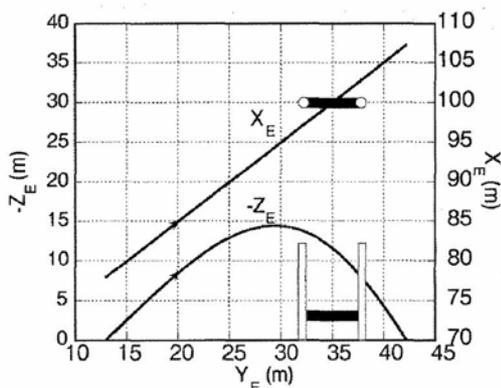


図18 The flight trajectory of the least deviation case

図17の横軸は横方向偏差 (F1)、縦軸はクロスバー通過時のボール高度 (F2) である。横方向偏差が小さく、高度が高いほど理想的である。しかし、両者を同時に満たすことは不可能であった。最適解はパレート解であった。キッカーはこれらのパレート解中から自分の特性に合わせて、適当な条件を選ぶことになる。

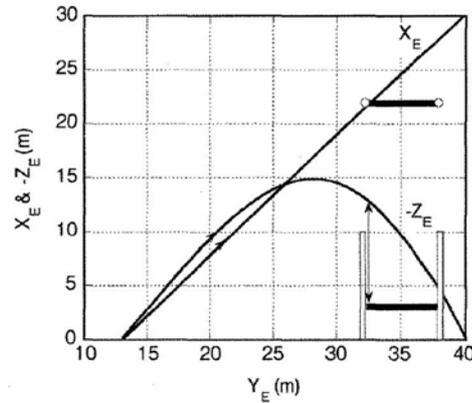


図19 The flight trajectory of the highest case

パレート解の両極の飛翔軌跡を図18と19に示した。図18は横方向偏差が最小の場合、図19はボール高度が最高の場合である。両者とも水平面 X_E-Y_E に投影した飛翔軌跡は、ほぼ直線的である。22m上、斜め45°からのゴールキックの場合、飛翔の中盤で最高到達点に達し、ボールの落下局面でクロスバーを通過する。ボール高度を失わないためには、直線的にゴールへ向かわなければならない。高度：最高の場合 (図19)、ボールは左ポールへ向かい一直線で、左ポールすれすれを通過する。これらのパレート解を満たすためには、角速度ベクトルが速度ベクトル&ボール長軸に対して直交しなければならない。

4.4 揺れるハイバントの最適化

目的関数を表4に示す。目的関数F1は X_E 軸方向の揺れ回数 $\times -1$ 、F2は Y_E 軸方向の揺れ回数 $\times -1$ 、F3はハングタイム $\times -1$ である。蹴りだし位置、つまり初期座標はグラウンド中央、 $(X_E, Y_E, Z_E) = (50, 35, -0.5)$ とした。最適化では、これらの目的関数を最小化することになる。

最適ハイバントのパレート解を図20に示した。それぞれの軸は、 X_E & Y_E 方向の揺れ回数、およびハングタイムで、目的関数である。パレート解のハングタイムは4~5.6秒程度、 X_E 方向と Y_E 方向の揺れ回数の合計は5~30回程度である。

次に図20のパレート解から代表的な2つの飛

表4 Objective functions for a punted kick

目的関数	物理的意味
F1=-(# of extreme position in the X_E -axis)	X_E 方向のゆれ回数
F2=-(# of extreme position in the Y_E -axis)	Y_E 方向のゆれ回数
F3= $-t_f$	ハングタイム

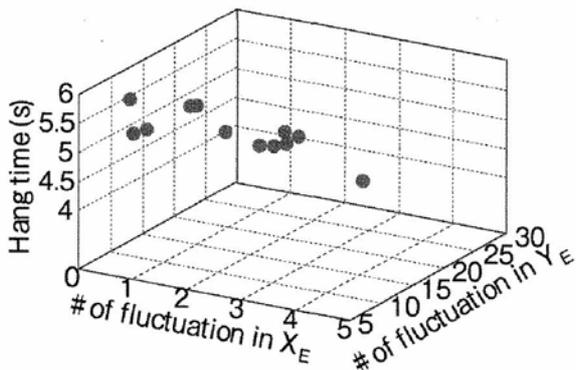


図20 Pareto-optimal solutions of the punted kick

翔軌跡を図21 & 22に示した。揺れ回数最大の場合を図21、最長ハングタイムの場合を図22に示した。揺れ回数最大の場合(図21)、飛行時間は4.1秒、 X_E 方向と Y_E 方向の揺れ回数の合計は30回であった。最高到達点は20mである。頻繁に揺れているが、その振幅は小さい。一方、最長ハングタイムの場合(図22)、飛行時間は5.5秒、 X_E 方向と Y_E 方向の揺れ回数の合計は6回であった。最高到達点は30mである。最高到達点が高いため、飛行時間も長くなる。落下局面で大きく揺れている。ラグビーボール長軸と速度ベクトルのなす角 θ_{WT} の時間変化を図23に示した。最長ハングタイムの場合(実線)、ボール上昇局面では、 θ_{WT} は小さい。これにより、抗力が小さくなり、結果として最高到達点が高くなる。ボール落下局面では、 θ_{WT} は90°程度と大きくなる。これにより、抗力が増大し、落下を防ぎ、ハングタイムを増大させている。一方、揺れ回数最大の場合(破線)、 θ_{WT} は常に変動、つまり、ボールはスピニングしている。このスピニングは、頻繁に起こる横力の方向変化に寄与する。

5. まとめ

回転するラグビーボールに働く非定常流体力を

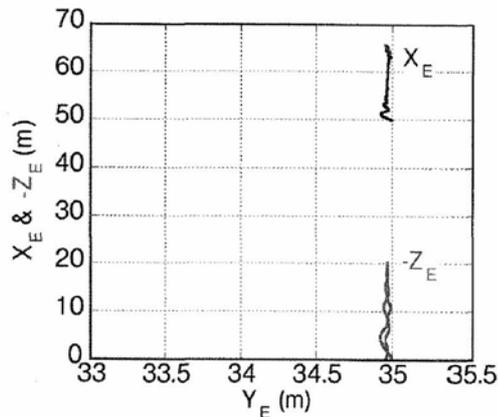


図21 Flight trajectories of the optimal punted kick in the case of the most fluctuations

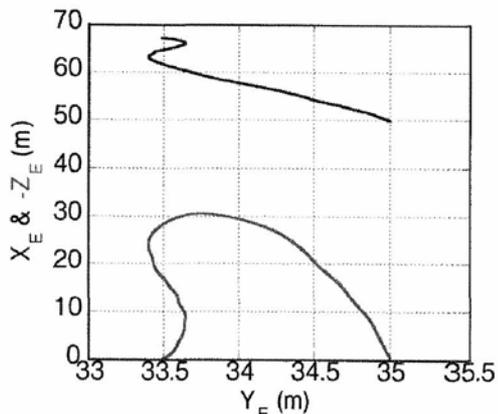


図22 Flight trajectories of the optimal punted kick in the case of the longest hang time

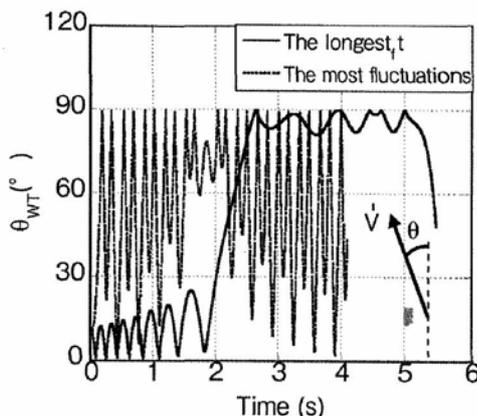


図23 Time variations of the angle between the longitudinal axis and the direction of the flight path θ_{WT}

計測するために、回転するラグビーボール模型を制作し、風洞実験を行った。実験によって非定常流体力を定量的に明らかにした。この非定常流体力に基づき、タッチキック、ゴールキック、ハイパントの3種のキックに関して、最適化を行った。その結果、非定常流体力を積極的に利用した最適な飛行状態が明らかになった。

謝 辞

本研究は、石本記念デサントスポーツ科学振興財団の助成を受けて行いました。感謝申し上げます。

文 献

- 1) Holmes, C. et al., Ball Launch Characteristics for Elite Rugby Union Players, *The Engineering of Sport* 6, 1, pp. 211-216 (2006)
- 2) Deb, K. *Multi-Objective Optimization using Evolutionary Algorithms*, Wiley, New York (2002)
- 3) Srinivas, N. & Deb, K. Multiobjective Optimization using nondominated sorting in genetic algorithms. *Evolutionary Computation*, 2, No.3, pp.221-248 (1994)