平成 31 年度入学試験問題（後期日程）

物　理

出題意図及び正答

1

出題意図：

地球のまわりの人工衛星の運動に関する問題である。万有引力，ケプラーの法則，エネルギー保存則，運動量保存則などを理解しているかを問うている。

解答例

<table>
<tr><td rowspan="7">I</td><td rowspan="2">ア</td><td>v_r</td><td>$\sqrt{\frac{GM}{r}}$</td></tr>
<tr><td>T_r</td><td>$2\pi r\sqrt{\frac{r}{GM}}$</td></tr>
<tr><td>イ</td><td colspan="2">$\frac{r}{R}v_{A}$</td></tr>
<tr><td>ウ</td><td colspan="2">$\sqrt{\frac{2GMR}{r(R+r)}}$</td></tr>
<tr><td>エ</td><td colspan="2">$\left(\frac{r+R}{2r}\right)^{\frac{3}{2}} 2\pi r\sqrt{\frac{r}{GM}}$</td></tr>
<tr><td>オ</td><td colspan="2">$\sqrt{\frac{GM}{R}}\left(1-\sqrt{\frac{2r}{R+r}}\right)$</td></tr>
<tr><td>II</td><td>カ</td><td colspan="2">$V_i+\frac{m_g u_g}{M_0-im_g}$</td></tr>
<tr><td></td><td>キ</td><td colspan="2">$\frac{\Delta v_{B}}{mg}\frac{M_0(M_0-m_g)}{(2M_0-m_g)}$</td></tr>
</table>

2

出題意図：

電源，抵抗，コンデンサー，スイッチを含む電気回路に関する問題である。キルヒホッフの第 2 法則およびコンデンサーの充電と放電に伴うコンデンサーの電気量の変化を理解しているかを問うている。また，抵抗の合成抵抗，コンデンサーの合成容量，誘電体挿入時の平行板コンデンサーの電気容量，ジュール熱について理解しているかを問うている。

解答例

I	(1)	$\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}$	[F]
	(2)	$\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}E$	[C]
II	(3)	$\frac{C_1C_2}{C_1+C_2} \cdot \frac{R_2+R_3}{R_1+R_2+R_3}E$	[C]
III	(4)	$Q_1 = \frac{R_2}{R_1+R_2+R_3}C_1E$	[C]
		$Q_2 = \frac{R_3}{R_1+R_2+R_3}C_2E$	[C]
IV	(5)	$Q_1' = \frac{C_1}{C_1+C_2}(Q_2 - Q_1)$	[C]
		$Q_2' = \frac{C_2}{C_1+C_2}(Q_2 - Q_1)$	[C]
	(6)	$\frac{(Q_2-Q_1)^2}{2(C_1+C_2)}$	[J]
V	(7)	$\frac{(1+\varepsilon_r)C_1}{2}$	[F]
	(8)	$Q_1'' = \frac{(1+\varepsilon_r)C_1}{(1+\varepsilon_r)C_1+2C_2}(Q_2 - Q_1)$	[C]
		$Q_2'' = \frac{2C_2}{(1+\varepsilon_r)C_1+2C_2}(Q_2 - Q_1)$	[C]
	(9)	$\frac{(Q_2-Q_1)^2}{(1+\varepsilon_r)C_1+2C_2}$	[J]
	(10)	0	[J]

3

出題意図：

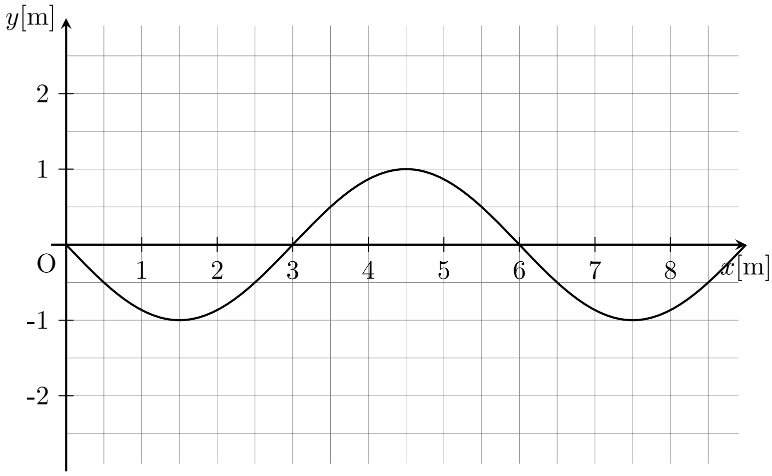
弦を伝わる波に関する問題である。波の式の表記の意味を理解しているかを問うている。壁への波の入射および反射，それらの合成による定常波の生成について理解しているかを問うている。また，グラフを描く能力を問うている。

解答例

(1)

(あ)　振幅	(い)　$2\pi\Delta t/T$	(う)　周期
(え)　$-2\pi\Delta x/\lambda$	(お)　波長	(か)　λ/T
(き)　$2\pi(t-x/v)/T$	(く)　$t-x/v$	

(2)



(3)

腹の位置	1.5, 4.5, 7.5 m	変位の最大値	2.0 m

4

出題意図：

原子と原子核に関する問題である。ラザフォード散乱とアルファ崩壊について理解しているかを問うている。また，単位の換算や有効数字の取り扱いについて理解しているかを問うている。

解答例

ア	正
イ	電子
ウ	$158k_0e^2/r$
エ	4.6×10^{-14}
オ	86
カ	222
キ	4.9
ク	4.2

後期日程

平成31年度入学試験問題

物　理

注　意　事　項

1．この問題冊子は，試験開始の合図があるまで開いてはいけません。

2．解答用紙は問題冊子とは別になっています。解答は解答用紙の指定されたところに記入しなさい。それ以外の場所に記入された解答は，採点の対象となりません。解答用紙は4枚あります。

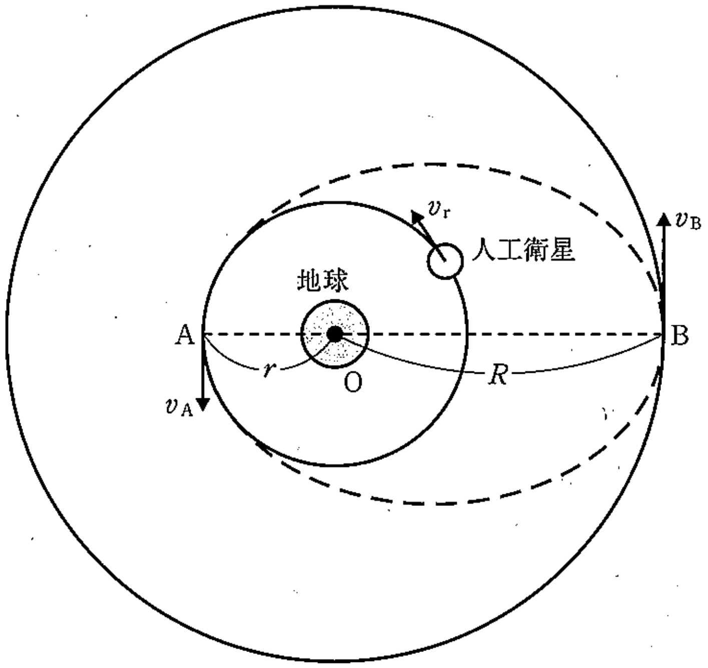
3．本学の受験番号をすべての解答用紙の指定されたところへ正しく記入しなさい。氏名を書いてはいけません。

4．この問題冊子は，表紙を含めて12ページあります。問題は4ページから10ページにあります。ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，監督者に申し出なさい。

5．問題冊子の余白等は適宜利用しても構いませんが，どのページも切り離してはいけません。

6．この問題冊子は持ち帰りなさい。

1 図のように地球のまわりを運動する人工衛星の挙動を考える。人工衛星の運動には，ケプラーの法則と同じ関係が成り立つとする。地球の質量を M，万有引力定数を G として，以下ⅠおよびⅡの問いに答えよ。ただし，地球以外の天体の影響は無視できるものとし，地球と人工衛星は質点としてあつかう。



図

Ⅰ．以下，人工衛星が，半径 r の円軌道から楕円軌道を経て，より大きな半径 R の円軌道に移る場合の挙動を考える。

(ア) 人工衛星が，地球のまわりを半径 r で等速円運動する場合，G，M，r のうち必要なものを用いて，速さ v_r と周期 T_r を求めよ。

(イ) 人工衛星を点Aで加速し，図に示すような楕円軌道に移す。線分ABは楕円の長軸であり，地球の中心Oから点Bまでの距離を R とする。楕円軌道における点A，点Bにおける速さをそれぞれ v_A，v_B としたとき，r，R，v_A のうち必要なものを用いて v_B を求めよ。

(ウ) 線分ABを長軸とする楕円軌道における点Aおよび点Bでの力学的エネルギーの関係を考え，G，M，r，R のうち必要なものを用いて v_A を求めよ。

(エ) 半径 r の円軌道，および線分ABを長軸とする楕円軌道の間に，ケプラーの第3法則と同じ関係が成立するとし，G，M，r，R のうち必要なものを用いて，楕円軌道における周期を求めよ。

(オ) 線分ABを長軸とする楕円軌道に移行した人工衛星を点Bで再度加速し，地球のまわりを半径 R で等速円運動させる。G，M，r，R のうち必要なものを用いて，楕円軌道から半径 R の円軌道に移る際に必要な速さの増分 Δv_B を求めよ。

Ⅱ．以下，問(オ)での速さの増分 Δv_{B} を生み出す方法について詳細に考える。人工衛星は，楕円軌道から円軌道に移るために，１回あたり質量 m_{g} のガスを人工衛星の進行方向と逆向きに噴射する。ガスの速さはガス噴射後の人工衛星に対して u_{g} である。この噴射を点Ｂ近傍で合計 N 回繰り返して速さを変えることとする。１回目のガスを噴射する前の人工衛星の質量はガスを含めて M_0 である。ただし，軌道円周の長さに対して，N 回のガス噴射中に人工衛星が進む距離は無視できるものとする。

(カ) i 回噴射した後の人工衛星の速さを V_i とし，$i+1$ 回目のガス噴射後の人工衛星の速さを V_{i+1} とする。V_i，M_0，m_{g}，u_{g}，i のうち必要なものを用いて，V_{i+1} を求めよ。

(キ) $N=2$ の場合を考える。M_0，m_{g}，Δv_{B} のうち必要なものを用いて，２回目のガス噴射後に速さの増分が Δv_{B} になるための u_{g} を求めよ。

2 図1のように，起電力E[V]の電源E，抵抗値R_1[Ω]，R_2[Ω]，R_3[Ω]の電気抵抗$\mathrm{R_1}$，$\mathrm{R_2}$，$\mathrm{R_3}$，電気容量C_1[F]，C_2[F]の平行板コンデンサー$\mathrm{C_1}$，$\mathrm{C_2}$，およびスイッチ$\mathrm{S_A}$，$\mathrm{S_B}$，$\mathrm{S_C}$を含む回路がある。最初，スイッチはすべて切られており，すべてのコンデンサーには電荷が蓄えられていなかった。以下のⅠ～Ⅴの手順でスイッチを入れたり切ったりすることにともない，コンデンサーに蓄えられる電荷の変化や回路で発生するジュール熱について調べた。以下の問いに答えよ。ただし，回路の導線の抵抗，スイッチの抵抗，電源の内部抵抗はいずれも小さく，無視できるものとする。

Ⅰ．スイッチ$\mathrm{S_A}$だけを入れてから，じゅうぶん時間が経過した後，コンデンサー$\mathrm{C_1}$，$\mathrm{C_2}$には同じ大きさの電荷が蓄えられた。

(1) コンデンサー$\mathrm{C_1}$と$\mathrm{C_2}$の合成容量を求めよ。

(2) コンデンサー$\mathrm{C_1}$に蓄えられた電荷の大きさを求めよ。

Ⅱ．スイッチ$\mathrm{S_A}$を入れたまま，スイッチ$\mathrm{S_B}$も入れたところ，回路に再び電流が流れた。その結果，コンデンサー$\mathrm{C_1}$，$\mathrm{C_2}$の電荷の大きさが変化して，じゅうぶん時間が経過した後，蓄えられた電荷の大きさが一定になった。また，ふたつのコンデンサーに蓄えられた電荷の大きさは等しかった。

(3) コンデンサー$\mathrm{C_1}$に蓄えられた電荷の大きさを求めよ。

Ⅲ．スイッチ$\mathrm{S_A}$，$\mathrm{S_B}$を入れたまま，スイッチ$\mathrm{S_C}$も入れたところ，コンデンサー$\mathrm{C_1}$，$\mathrm{C_2}$に蓄えられた電荷の大きさが変化した。じゅうぶん時間が経過した後，コンデンサー$\mathrm{C_1}$，$\mathrm{C_2}$には異なる大きさの電荷Q_1[C]，Q_2[C]が蓄えられた。

(4) コンデンサー$\mathrm{C_1}$，$\mathrm{C_2}$に蓄えられた電荷の大きさQ_1，Q_2をそれぞれ求めよ。

以下の問(5)，(6)，(8)，(9)，(10)の答えは，問(4)の記号Q_1，Q_2を用いて書け。ただし，$Q_2 > Q_1$とする。

Ⅳ．次にスイッチ$\mathrm{S_A}$，$\mathrm{S_C}$を同時に切った。じゅうぶん時間が経過した後，コンデンサー$\mathrm{C_1}$，$\mathrm{C_2}$には，それぞれ大きさQ'_1[C]，Q'_2[C]の電荷が残されていた。

(5) 電荷の大きさQ'_1，Q'_2をそれぞれ求めよ。

(6) このとき，コンデンサー$\mathrm{C_1}$と$\mathrm{C_2}$に蓄えられている静電エネルギーの総和を求めよ。

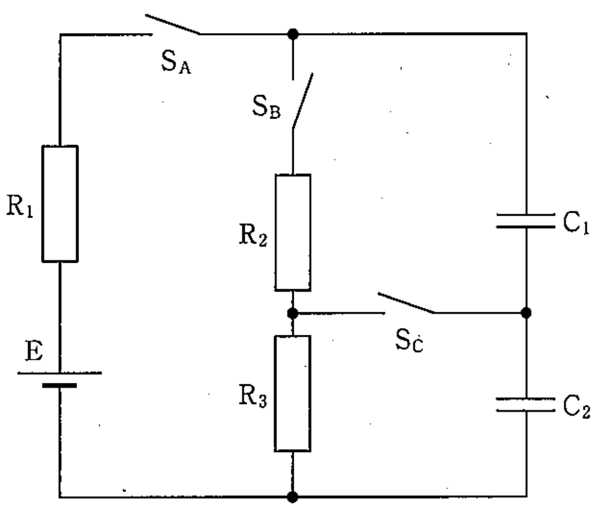


図1

Ⅴ．この状態のままで，図２のように，極板間が真空である平行板コンデンサー C_1 に，極板の半分の面積をもち，厚さが極板の間隔と同じで，比誘電率が ε_r の誘電体をゆっくり挿入したところ，コンデンサー C_1，C_2 に蓄えられた電荷の大きさが変化した。じゅうぶん時間が経過した後，コンデンサーに蓄えられた電荷の大きさは一定になった。

(7) 誘電体を挿入した後の，コンデンサー C_1 の電気容量を求めよ。

(8) このとき，コンデンサー C_1，C_2 に蓄えられた電荷の大きさ Q''_1[C]，Q''_2[C]をそれぞれ求めよ。

(9) このとき，コンデンサー C_1 と C_2 に蓄えられた静電エネルギーの総和を求めよ。

(10) 誘電体を挿入する前からこのときまでに，回路の抵抗で生じるジュール熱の総和を求めよ。

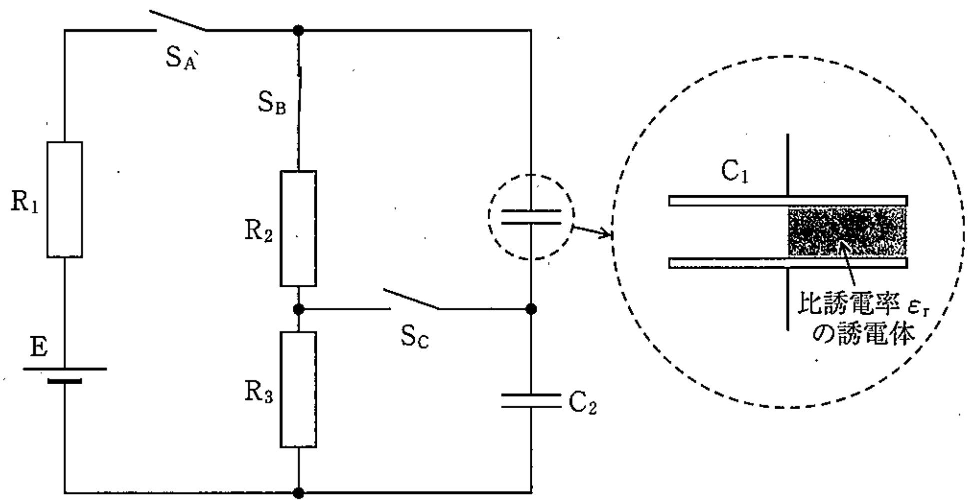


図２

3

(1) 次の文章は正弦波について記述したものである。文中の空欄に適切な式を入れよ。ただし，$\boxed{\text{(あ)}}$，$\boxed{\text{(う)}}$，$\boxed{\text{(お)}}$ には適切な語句を入れよ。

じゅうぶんに長いひもの一端を壁に固定し，他端を励振器につないでゆるみなく水平に張る。その励振器の振動の中心を原点としてひもに沿って壁の向きを正として x 軸をとり，鉛直上向きを正として y 軸をとる。時刻 $t=0$ から原点 $(x=0)$ において y 軸に沿ってひもを単振動させるとその振動がひもに伝わっていく。振動が波として壁に到達するまでは，単振動によって生ずる波の先端までの波形は正弦曲線となり，このような波を正弦波という。このとき，この波の変位 y は $y=A\sin\left\{2\pi\left(\dfrac{t}{T}-\dfrac{x}{\lambda}\right)\right\}$ のように記述される。A，λ と T は定数である。ここで，A は正弦波の山の高さまたは谷の深さを示す量であり，$\boxed{\text{(あ)}}$ という。$\left\{2\pi\left(\dfrac{t}{T}-\dfrac{x}{\lambda}\right)\right\}$ は波の位相を表している。

ある位置 x で波を見ると，$\dfrac{x}{\lambda}$ は定数となるので，時刻が t から $t+\Delta t$ まで変化したときの位相の変化は $\boxed{\text{(い)}}$ となる。Δt が T と等しくなるとき，位相は 2π 変化する。T は $\boxed{\text{(う)}}$ と呼ばれる。一方，ある時刻 t で波を見ると，$\dfrac{t}{T}$ が定数となるので，位置が x から $x+\Delta x$ まで変化したときの位相の変化は $\boxed{\text{(え)}}$ となる。Δx が λ に等しくなるときに位相は 2π 変化する。λ は $\boxed{\text{(お)}}$ と呼ばれる。

波形が移動する速さ v を考えると，波形は 1 $\boxed{\text{(う)}}$ の間に 1 $\boxed{\text{(お)}}$ 分進むのだから λ と T を用いて，$v=$ $\boxed{\text{(か)}}$ となる。λ のかわりに v を用いると波の位相は $\boxed{\text{(き)}}$ と書き直すことができる。これは，時刻 t における位置 x での変位が原点における時刻 $\boxed{\text{(く)}}$ での変位に等しいことを示している。

(2) 問(1)で示した正弦波において $A=1.0\,\mathrm{m}$，$\lambda=6.0\,\mathrm{m}$ であり，x 軸の正の向きに速さ $3.0\,\mathrm{m/s}$ で進んでいるとする。時刻 $t=4.0\,\mathrm{s}$ での波を位置 x の関数として図示せよ。

(3) 問(2)の正弦波，すなわち $A=1.0\,\mathrm{m}$，$\lambda=6.0\,\mathrm{m}$，速さ $3.0\,\mathrm{m/s}$ の波が壁に到達した後，波は壁で減衰なく固定端反射し，壁から $10.0\,\mathrm{m}$ の範囲で定常波（定在波）が観測された。反射波の先端は，波の発生源である x 軸の原点に到達していないものとする。観測される定常波の腹の位置は壁からどの距離にあるか。壁から原点に向かって $10.0\,\mathrm{m}$ の範囲ですべて答えよ。また，定常波の変位の最大値はいくらか。なお，答えは有効数字2桁とせよ。

$\boxed{4}$ 以下のラザフォード散乱に関する文章Ⅰと，α 崩壊に関する文章Ⅱの空欄 $\boxed{(ア)}$ ～ $\boxed{(ク)}$ を埋めよ。$\boxed{(ア)}$ は正しい語句を選択肢から選べ。$\boxed{(イ)}$ には適切な語句を，$\boxed{(ウ)}$ には式を，$\boxed{(エ)}$，$\boxed{(オ)}$，$\boxed{(カ)}$，$\boxed{(キ)}$，$\boxed{(ク)}$ には数値を入れよ。なお，$\boxed{(エ)}$，$\boxed{(キ)}$，$\boxed{(ク)}$ は有効数字2桁で答えよ。

必要ならば，次の近似的な数値を用いよ。

真空中の光速 $c = 3.0 \times 10^8\,\mathrm{m/s}$

電気素量 $e = 1.6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$

クーロンの法則の比例定数 $k_0 = 9.0 \times 10^9\,\mathrm{N \cdot m^2/C^2}$

$\sqrt{2} = 1.41$，$\sqrt{3} = 1.73$，$\sqrt{5} = 2.24$

Ⅰ．ラザフォードは α 粒子(ヘリウム原子核)を薄い金ぱくに衝突させる実験を行った。多くの α 粒子は金ぱくを素通りして通過したが，時々逆方向に大きな角度ではね返る α 粒子があることを発見した。この結果から，原子の中には $\boxed{(ア)：正，負}$ に帯電した原子核があり，そのまわりを $\boxed{(イ)}$ が回っているという原子模型を提案した。

じゅうぶん遠くから入射した α 粒子が，静止した金(原子番号79)の原子核と正面衝突する場合を考える。ただし，α 粒子と金の原子核の大きさは無視できるものとする。金の原子核から α 粒子が距離 r[m]だけ離れているとき，金の原子核からの静電気力による α 粒子の位置エネルギーは，無限遠を基準として，$k_0\,[\mathrm{N \cdot m^2/C^2}]$，$e$[C]，$r$[m]を用いて表すと $\boxed{(ウ)}$ [J]である。入射 α 粒子の運動エネルギーが 8.0×10^{-13} J のとき，α 粒子が金の原子核に最も近づいたときの α 粒子と金の原子核の間の距離を計算すると $\boxed{(エ)}$ m となる。

Ⅱ．原子番号88，質量数226のラジウムは，α 崩壊して原子番号 $\boxed{(オ)}$，質量数 $\boxed{(カ)}$ のラドンになる。以下ではこの反応について考える。ラジウムの原子核の質量から，α 粒子の質量とラドンの原子核の質量の和を引いた値が 8.7×10^{-30} kg であることを用いて，ラジウムの原子核1個の α 崩壊で放出されるエネルギーをメガ電子ボルト(MeV)を単位として求めると $\boxed{(キ)}$ MeV となる。ラジウムの半減期は1600年なので，ラジウムが最初に6.0 g あったとき，800年後に残っているラジウムの質量は $\boxed{(ク)}$ g である。

平成３１年度　入学試験問題（後期日程）

「物　理」

問題訂正

【問題冊子】

８ページ $\boxed{3}$　１３行目

（誤）　「Δx が λ に等しくなるときに位相は $\underline{2\pi}$ 変化する。」

（正）　「Δx が λ に等しくなるときに位相は $\underline{-2\pi}$ 変化する。」

補足説明

【問題冊子】

１０ページ $\boxed{4}$　Ｉ

α 粒子と正面衝突するときに金の原子核は動かないものとする。