

令和6年度入試 数学出題意図（前期）

1. 関数の極限に関する理解度と計算力を見る。
2. 積分に関する理解度と計算力を見る。
3. 空間図形に関する理解度と計算力を見る。
4. 整数と数学的帰納法に関する理解度と計算力を見る。
5. 楕円と三角関数に関する理解度と計算力を見る。

（令和6年10月一部修正）

令和6年度入学試験問題

数 学

注意事項

1. この問題冊子は試験開始の合図があるまで開いてはいけない。
2. 解答用紙は問題冊子とは別になっているので、解答はすべて解答用紙の指定されたところに記入すること。また、解答用紙は問題ごとに別になっているので、注意すること。
3. 受験番号を解答用紙の指定されたところへ必ず記入すること。決して氏名を書いてはいけない。
4. , , , , の5問すべてに解答すること。
5. この問題冊子は持ち帰ること。

1 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^3 - x^2 + (2a - 3)x + b}{x^2 - (a - 1)x - a} = 3$ が成り立つように、定数 a と b の値を定めよ。

2

次の等式を満たす関数 $f(x)$ を求めよ。

$$f(x) = x + \int_0^{\pi} f(t) \cos(x+t) dt$$

3

座標空間内の点 $A\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, 0\right)$ を通り、ベクトル $\vec{d} = (1, -2, 1)$ に平行な直線を l とおく。また、方程式 $ax + by + cz = 1$ で表される平面 H は次の 2 つの条件

- (i) H は z 軸と交わらない。
- (ii) H は l を含む。

を満たすとする。

- (1) a, b, c の値を求めよ。
- (2) l 上の点 P と z 軸上の点 Q とを、線分 PQ が直線 l と平面 H の両方に直交するようにとる。点 P と点 Q の座標を求めよ。

4 p を素数とする。

- (1) $1 \leq k < p$ を満たす自然数 k について、二項係数 ${}_p C_k$ は p の倍数であることを証明せよ。
- (2) すべての自然数 n について、 $n^p - n$ は p の倍数であることを証明せよ。

5

- (1) 2点 $(\pm 2\sqrt{2}, 0)$ を焦点とし、焦点からの距離の和が6である楕円を C とする。点 $P(-13, -2)$ から C へ引いた接線の傾きを求めよ。
- (2) $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ のとき

$$f(\theta) = \frac{8 - 3\sin^2 \theta}{1 + \sin \theta \cos \theta}$$

の最大値と最小値を求めよ。ただし、最大値および最小値を与える θ の値は求めなくてよい。