

令和6年度入試 数学出題意図（後期）

1. 接線の方程式と回転体の体積に関する理解度と計算力を見る。
2. 確率に関する理解度と計算力を見る。
3. 複素数と二次関数に関する理解度と計算力を見る。
4. 平面図形とベクトルに関する理解度と計算力を見る。

（令和6年10月一部修正）

令和6年度入学試験問題

数 学

注意事項

1. この問題冊子は試験開始の合図があるまで開いてはいけない。
2. 解答用紙は問題冊子とは別になっているので、解答はすべて解答用紙の指定されたところに記入すること。また、解答用紙は問題ごとに別になっているので、注意すること。
3. 受験番号を解答用紙の指定されたところへ必ず記入すること。決して氏名を書いてはいけない。
4. , , , の4問すべてに解答すること。
5. この問題冊子は持ち帰ること。

1 $a > 0$ とする。曲線 $C: y = e^x$ 上の点 (a, e^a) における接線を l とする。

- (1) 直線 l の方程式を求めよ。
- (2) y 軸, 直線 l , および曲線 C で囲まれた図形を y 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を求めよ。

2

さいころを n 回投げ、 k 回目に出た目の数を a_k とする。

- (1) $n = 2$ のとき、 $a_1 < a_2$ となる確率 P_1 を求めよ。
- (2) $n = 3$ のとき、 $a_1 < a_2$ かつ $a_2 > a_3$ となる確率 P_2 を求めよ。
- (3) $n = 4$ のとき、 $1 = a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq a_4 = 3$ となる確率 P_3 を求めよ。
- (4) $n \geq 3$ のとき、 $1 = a_1 \leq a_2 \leq \cdots \leq a_n = 3$ となる確率 P_4 を求めよ。
- (5) n を偶数とし、 $m = \frac{n}{2}$ とする。

$$a_{2k-1} < a_{2k} \quad \text{かつ} \quad a_{2k-1} = 2$$

がすべての $k = 1, 2, \dots, m$ に対して成り立つ事象の確率 P_5 を求めよ。

- (6) n を 4 以上の偶数とし、 $m = \frac{n}{2}$ とする。

$$a_{2k-1} < a_{2k} \quad \text{かつ} \quad a_{2\ell-1} = a_{2\ell+1}$$

がすべての $k = 1, 2, \dots, m$ と $\ell = 1, 2, \dots, m-1$ に対して成り立つ事象の確率 P_6 を求めよ。

3 a を実数とし、方程式 $z^2 + 4|z| + a = 0$ を考える。

- (1) $a = 1$ のとき、方程式を満たす複素数 z をすべて求めよ。
- (2) 方程式を満たす複素数 z の個数がちょうど 6 個となるような、実数 a の値の範囲を求めよ。

4

$0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ とする。座標平面において、原点を O とし、点 $A(\cos \theta, \sin \theta)$ を考える。また、原点 O を中心とする半径 3 の円 C と点 $B(3 \cos 2\theta, 3 \sin 2\theta)$ で接する直線を l とする。4 つの点 P, Q, R, S は以下の条件を満たすものとする。

- 点 P は直線 l と x 軸との交点である。
- 点 Q は直線 l と直線 OA との交点である。
- 点 R は線分 OQ と円 C との交点である。
- 点 S は直線 PR と直線 OB の交点である。

$\cos \theta = t$ とおく。

- (1) 点 P の座標を、 θ を用いずに、 t を用いて表せ。
- (2) 点 Q の座標を、 θ を用いずに、 t を用いて表せ。
- (3) 線分 OS の長さを、 θ を用いずに、 t を用いて表せ。