

## 令和6年度入試 数学出題意図（後期）

1. 接線の方程式と回転体の体積に関する理解度と計算力を見る。
2. 複素数と二次関数に関する理解度と計算力を見る。
3. 確率に関する理解度と計算力を見る。
4. 平面図形とベクトルに関する理解度と計算力を見る。

## 令和6年度入学試験問題

# 数 学

---

---

### 注意事項

1. この問題冊子は試験開始の合図があるまで開いてはいけない。
2. 解答用紙は問題冊子とは別になっているので、解答はすべて解答用紙の指定されたところに記入すること。また、解答用紙は問題ごとに別になっているので、注意すること。
3. 受験番号を解答用紙の指定されたところへ必ず記入すること。決して氏名を書いてはいけない。
4.  ,  ,  ,  の4問すべてに解答すること。
5. この問題冊子は持ち帰ること。

**1**  $a > 0$  とする。曲線  $C: y = e^x$  上の点  $(a, e^a)$  における接線を  $l$  とする。

- (1) 直線  $l$  の方程式を求めよ。
- (2)  $y$  軸, 直線  $l$ , および曲線  $C$  で囲まれた図形を  $y$  軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を求めよ。

2

さいころを  $n$  回投げ、 $k$  回目に出た目の数を  $a_k$  とする。

- (1)  $n = 2$  のとき、 $a_1 < a_2$  となる確率  $P_1$  を求めよ。
- (2)  $n = 3$  のとき、 $a_1 < a_2$  かつ  $a_2 > a_3$  となる確率  $P_2$  を求めよ。
- (3)  $n = 4$  のとき、 $1 = a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq a_4 = 3$  となる確率  $P_3$  を求めよ。
- (4)  $n \geq 3$  のとき、 $1 = a_1 \leq a_2 \leq \cdots \leq a_n = 3$  となる確率  $P_4$  を求めよ。
- (5)  $n$  を偶数とし、 $m = \frac{n}{2}$  とする。

$$a_{2k-1} < a_{2k} \quad \text{かつ} \quad a_{2k-1} = 2$$

がすべての  $k = 1, 2, \dots, m$  に対して成り立つ事象の確率  $P_5$  を求めよ。

- (6)  $n$  を 4 以上の偶数とし、 $m = \frac{n}{2}$  とする。

$$a_{2k-1} < a_{2k} \quad \text{かつ} \quad a_{2\ell-1} = a_{2\ell+1}$$

がすべての  $k = 1, 2, \dots, m$  と  $\ell = 1, 2, \dots, m-1$  に対して成り立つ事象の確率  $P_6$  を求めよ。

3  $a$  を実数とし、方程式  $z^2 + 4|z| + a = 0$  を考える。

- (1)  $a = 1$  のとき、方程式を満たす複素数  $z$  をすべて求めよ。
- (2) 方程式を満たす複素数  $z$  の個数がちょうど 6 個となるような、実数  $a$  の値の範囲を求めよ。

4

$0 < \theta < \frac{\pi}{4}$  とする。座標平面において、原点を  $O$  とし、点  $A(\cos \theta, \sin \theta)$  を考える。また、原点  $O$  を中心とする半径  $3$  の円  $C$  と点  $B(3 \cos 2\theta, 3 \sin 2\theta)$  で接する直線を  $l$  とする。4 つの点  $P, Q, R, S$  は以下の条件を満たすものとする。

- 点  $P$  は直線  $l$  と  $x$  軸との交点である。
- 点  $Q$  は直線  $l$  と直線  $OA$  との交点である。
- 点  $R$  は線分  $OQ$  と円  $C$  との交点である。
- 点  $S$  は直線  $PR$  と直線  $OB$  の交点である。

$\cos \theta = t$  とおく。

- (1) 点  $P$  の座標を、 $\theta$  を用いずに、 $t$  を用いて表せ。
- (2) 点  $Q$  の座標を、 $\theta$  を用いずに、 $t$  を用いて表せ。
- (3) 線分  $OS$  の長さを、 $\theta$  を用いずに、 $t$  を用いて表せ。