

出題意図

(数学)

- 1 行列の固有値と固有ベクトルについて、きちんと理解できているかどうかを見る。
- 2 ベクトル空間の次元, 内積, 基底, ベクトルの正規直交性, 線形写像とその像および核といった基本事項をきちんと理解できているかどうかをみる。
- 3 2変数関数の微分の取り扱いについて計算の能力をみる。
- 4 重積分, 広義積分およびオイラーの公式について理解度をみる。

(英語)

- 1 数学に関連する英語の読解力をみる。

2023 年度
信州大学理学部数学科
第 3 年次編入学

学力試験 試験問題

2022 年 6 月 3 日 (金)

試験時間: 英語, 数学 10:00~12:30

- 開始の合図があるまで問題冊子を開いてはいけない。
- 計算用紙は配布しないので、問題冊子の余白などを利用すること。
- 数学 1 2 3 4 と英語 1、すべてに解答すること。
- 解答は指定された解答用紙に書くこと。
- 解答用紙すべてに受験番号を書くこと。

数学

1

(1) 以下の \mathbb{R}^4 元の組が 1 次独立か 1 次従属であるか判定し、そのことを示せ。

$$(a) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad (b) \begin{pmatrix} 72 \\ 91 \\ 26 \\ 51 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 81 \\ 37 \\ 57 \\ 48 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 52 \\ 61 \\ 92 \\ 61 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 39 \\ 15 \\ 59 \\ 82 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 59 \\ 28 \\ 72 \\ 25 \end{pmatrix}$$

(2) 行列 $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & -2 \\ 3 & 5 & -6 \\ 4 & 4 & -5 \end{pmatrix}$ を対角化せよ。また A を対角化する正則行列 P を求めよ。

—以下余白—

2

- (1) 実数を成分とする (m, n) 行列 A に対し、 \mathbb{R}^n 部分集合

$$W = \{x \in \mathbb{R}^n \mid Ax = 0\}$$

は \mathbb{R}^n の部分空間であることを示せ。

- (2) \mathbb{R}^3 の部分集合

$$W = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \mid x + y + z = 5 \right\}$$

は \mathbb{R}^3 の部分空間でないことを示せ。

- (3) V, W を \mathbb{R} 上の線形空間とし、 $f: V \rightarrow W$ を線形写像とする。 f が単射であるとき、 V の元 v_1, v_2, \dots, v_k が 1 次独立ならば、 W の元 $f(v_1), f(v_2), \dots, f(v_k)$ も 1 次独立であることを示せ。
- (4) V を \mathbb{R} 上の有限次元線形空間とし、 $f: V \rightarrow V$ を線形変換とする。 f の固有値 λ に対し、 $V(\lambda)$ を固有値 λ に対する固有空間とする。 f の相異なる固有値 λ_1, λ_2 に対し、 $V(\lambda_1) \cap V(\lambda_2) = \{0\}$ であることを示せ。

—以下余白—

3 $f(x) = \cos x$ とおく。次の問いに答えよ。

(1) 全ての自然数 n と実数 x に対し、

$$f^{(n)}(x) = \cos\left(x + \frac{n\pi}{2}\right)$$

となることを示せ。

(2) 全ての自然数 n と実数 x に対し、

$$\left| f(x) - \sum_{k=0}^n \frac{(-1)^k}{(2k)!} x^{2k} \right| \leq \frac{|x|^{2n+2}}{(2n+2)!}$$

となることを示せ。ただし、 $0^0 = 1$ とする。

(3) 自然数 n に対し、 $a_n = (2n)! f(1)$ とおく。次の極限を求めよ。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \cos(2\pi a_n)$$

—以下余白—

4 次の問いに答えよ。

(1) 次の累次積分の値を求めよ。

$$\int_0^1 \left(\int_y^1 y^2 e^{-x^2} dx \right) dy$$

(2) $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0\}$ とおく。次の広義重積分の値を求めよ。

$$\iint_D e^{-(x^2+y^2)} dx dy$$

(3) $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq -y\}$ とおく。次の広義重積分の値を求めよ。

$$\iint_E e^{-(x^2+2xy+4y^2)} dx dy$$

—以下余白—

英語

英語問題は理学部入試事務室窓口で閲覧できます。