

2021年度

信州大学理学部 3年次編入学学力試験

理学科 物理学コース

出題意図

物理

- 1 質点の力学および解析力学について基本的な知識が身につけているかを問う問題である。
- 2 静電場に関する問題である。点電荷の作る電場・電位，電気双極子，電位と電場の関係などを理解しているかを問うている。
- 3 物理で用いられる数学(物理数学)に関する問題である。ベクトル解析の計算，複素関数の計算，微分方程式の計算を理解しているかを問うている。

英語

英語の文章を日本語に訳す能力，英文の意味を理解し要約する能力，および日本語の文章を英訳する能力を見る。

2021年度

信州大学理学部 3年次編入学学力試験

理学科 物理学コース

物理および英語

解答時間 10:00 ~ 12:30

解答するときの注意事項

1. 解答用紙は、物理については各問につき1枚を、英語については全問で1枚を使用し、白紙の場合でも必ず4枚(物理3枚, 英語1枚) 提出すること。
2. 各解答用紙に受験番号を必ず記入すること。
3. 必要ならば解答用紙の裏面を使用してもよい。

物 理

1

k を正の定数、固定点 O から測った質点の位置ベクトルを \vec{r} として、力 $\vec{F} = -k\vec{r}$ を受けて運動する質量 m の質点を考える。時刻 $t = 0$ における質点の位置と速度を \vec{r}_0, \vec{v}_0 とすると、質点の運動は点 O を通る \vec{r}_0 および \vec{v}_0 を含む面内 (S) に限られる。そこで以下では S 上の運動のみを考えることとし、図 1 のように S 上に点 O を原点として x 軸と y 軸をとる。 l をこの質点の点 O のまわりの角運動量の z 成分として、以下の問いに答えよ。ただし、 \vec{v}_0 の向きは図 1 で θ が増加する向きとし、重力は考えなくてよいとする。

- (1) 図 1 のように極座標を設定したとき、この質点の運動方程式が

$$\begin{cases} m(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2) = -kr \\ m(2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta}) = 0 \end{cases}$$

と書き換えられることを示せ。ただし、 $r = |\vec{r}|$ で、ドット ($\dot{\quad}$) は t による微分を表す。

- (2) $l = mr^2\dot{\theta}$ となることを示せ。
- (3) $l = mr^2\dot{\theta}$ が時間によらず一定であることを示せ。
- (4) \vec{F} は保存力であるが、そのポテンシャルエネルギー $\Phi(\vec{r})$ を求めよ。ただし、 $\vec{r} = \vec{0}$ のとき $\Phi(\vec{r}) = 0$ とする。
- (5) この質点のラグランジアン L を書け。
- (6) r に共役な運動量 p_r と、 θ に共役な運動量 p_θ を L から求めよ。
- (7) この質点の力学的エネルギーから $\frac{1}{2}mr^2\dot{\theta}^2$ を引いた残りを $V(r)$ とすると、

$$V(r) = \frac{l^2}{2mr^2} + \frac{1}{2}kr^2$$

となることを示せ。

- (8) $l \neq 0$ として、質点が点 O からの距離が一定 ($r = \text{一定}$) である円運動をしているとき、 $r = \left(\frac{l^2}{mk}\right)^{\frac{1}{4}}$ であることを示せ。
- (9) \vec{v}_0 の向きを \vec{r}_0 と平行になるまで変化させる。このとき l は 0 に近づくと、 $l = 0$ に達したとき、この質点がどのような運動をするか説明せよ。

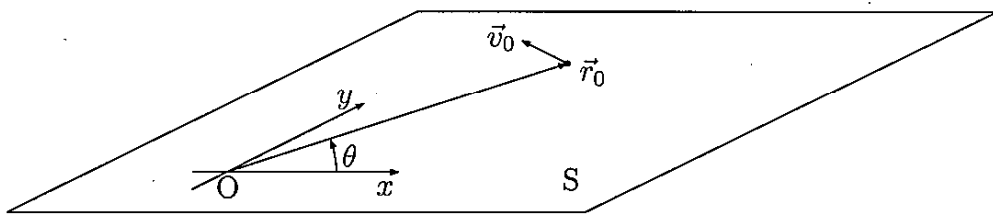


图 1

2

点A($-a, 0, 0$)に電荷 $-q$, 点B($a, 0, 0$)に電荷 q を置いた。ただし, $a > 0$ である。真空の誘電率を ϵ_0 とし, 無限遠の電位を0として以下の問いに答えよ。

(1) 点C($0, y, 0$)における電場を求めよ。

(2) 点P(x, y, z)における電位 $V(x, y, z)$ を求めよ。

(3) $2a \ll \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ のとき, 問(2)で求めた電位 $V(x, y, z)$ は,

$$V(x, y, z) = \frac{2aqx}{4\pi\epsilon_0(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}$$

と近似できることを示せ。

(4) 電位 $V(x, y, z)$ が問(3)で示した式で与えられるとき, 点P(x, y, z)における電場を求めよ。

3

以下の問いに答えよ。

(1) 3次元空間でのベクトル場 $\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 \vec{m} \times \vec{r}}{4\pi r^3}$ (μ_0 は定数, \vec{m} は定数ベクトル, $r = |\vec{r}|$)
に対して, $\vec{B}(\vec{r}) = \text{rot } \vec{A}(\vec{r})$ を求めよ。ただし, 最終的な答えでは成分を用いない
こと。

(2) $I = \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{1 - 2a \cos \theta + a^2}$ ($a \in \mathbb{C}$, $|a| \neq 1$) を留数定理を用いて求めよ。

(3) $y = y(x)$ に対する微分方程式 $\frac{d^2y}{dx^2} + 4\frac{dy}{dx} + 13y = 8 \cos x - 16 \sin x$ の一般解を求め
よ。ただし, 最終的な答えでは虚数単位を用いないこと。

英語問題は理学部入試事務室窓口で閲覧できます

英語問題は理学部入試事務室窓口で閲覧できます