写像平面上におけるエレメントフリー解析と弾性問題への適用

偏微分方程式の近似解法として有限要素法 (FEM) が広く用いられているが，近年，要素分割を必要としないエレメントフリーガラーキン法 (EFGM) に関する研究が工学のさまざま分野で盛んに行われている． EFGM はガラーキン法により弱形式で表示された連続体の支配方程式を節点群のみで離散化し，物理量の関数近似に移動最小二乗法 (MLSM) を用いることによりメッシュレス化を可能としている手法である．FEM で用いられる内挿近似が節点を介してその微分値が不連続であるのに対して，EFGM による近似はどの区間も連続で得ることができるという特徴を有している．しかしながら， EFGM では MLSM による近似曲線が必ずしも節点を通らないため，節点位置における近似関数の値が節点値に一致せず，そのために基本境界条件をいかに満足させるかが問題となっている．

また， EFGM ではバックグラウンドセルという領域を積分単位として領域積分が行われるが，バックグランドセルは矩形格子状に設定されるため，解析する領域の形状が必ずしもバックグラウンドセルを足し合わせたものと一致するとは限らない．そのために曲線境界を有する複雑な形状の問題を扱う場合，解析結果の精度を向上させるには積分に際して特別な工夫が必要となる．

そこで本研究では， EFGM の１手法として格子形成法を導入したエレメントフリー法を提案し，実平面における形状を写像変換するとともに写像平面上において EFGM の剛性マトリックスの作成を行う．したがって，曲線境界を有する形状の問題に対しても写像平面上では解析対象の領域をバックグラウンドセルと一致させることができるので，領域積分に対する特別な工夫を必要としない．また， MLSM を用いた関数近似とは異なり，本手法では写像平面上において重み関数を必要としない近似関数（内挿関数）を用いている．そのため，近似関数が必ず節点を通り，関数値がそのまま節点の未知量となるので，基本境界条件を通常の FEM と同様に直接評価できるという利点がある．

数値計算例として２次元弾性問題に本手法を適用し，本手法による結果と厳密解，FEM 解析による結果との比較を行い，本手法の適用性について検討を行った．その結果，精度の良い解が得られ，本手法が曲線境界を有する２次元弾性問題に適用可能であること，また，影響領域の大きさの設定が解析結果に大きく影響することがわかった．

写像平面上でエレメントフリー解析を行うという方法は，内外で数多く発表されている他の格子形成法と組み合わせて解析することが可能であり，３次元問題への拡張も可能であると考えられる．