

有限フーリエ級数形内挿関数の3次元解析への応用

格子形成法は解析空間の離散化手法、要素生成法として有力な手法であり、これまでに様々な手法が提案されている。格子の形成に規則性を持たせる構造格子に対する格子形成法は、補間関数を用いて空間を離散化していく代数的方法と偏微分方程式を用いる方法とに大別される。

本論文は、代数的方法の1手法として内挿関数に有限フーリエ級数を用い、3次元解析への応用を試みたものである。有限フーリエ級数を用いた内挿関数は曲線境界に対する適合性がよいので、より少ない境界上の節点座標値だけで3次元形状の表現が可能である。さらに要素の再生成も単に節点間の分割数を変えることで容易に行うことができるという利点を有している。3次元要素を生成するにあたって格子を作成する際、領域内部の節点座標値が必要となるが、本研究では、新たに3次元 Transfinite 補間式を導き領域内部の節点を生成した。

本手法によれば直方体や円柱で表現されるような3次元領域については境界边上の節点座標値だけで形状を表現することが可能である。境界が曲面を有する3次元形状についても境界面上の節点を入力データとして与えることによって、求める3次元形状を表現することができた。しかしながら、より複雑な形状の領域に対しては形状が急変する箇所に入力節点を密に設定する必要があるが、またその場合、要素分割に粗密が生じるので、入力データ作成に工夫が必要である。

本研究で用いた内挿関数は三角関数を基本としているので微分の階数に関わらず式形がほとんど変化しない。その性質を利用することにより、支配方程式についても容易に変数変換を行うことができ、写像領域上において解析する事が可能となる。本研究の写像変換では、内挿関数を写像変換後の軸に沿って互いに直交するように設定しているため、内挿関数の設定が終了した時点で立方体格子への写像変換が完了したことになる。すなわち、写像変換後に生成された立方体はすべて同じ大きさの要素であり、格子状に整列されていることから、写像領域上で有限要素解析を行えば、数値積分の必要もなく、自動的にメッシュの分割ができるので、有限要素法の最大の弱点でもあったデータ入力の煩雑さが大幅に軽減されることが期待できる。本研究では3次元空間に対する写像変換解析を行うための第1ステップとして、解析の際に必要な微分変換式を1階微分、2階微分について導き、ラプラス方程式に対する有限要素解析の定式化についても示した。