

デローニー三角分割法を用いた要素自動分割法とその応用

近年のスーパーコンピュータの出現や、パーソナルコンピュータの高スペック化により大規模系の解析が可能となり、有限要素法、境界要素法で扱われる系も場合によっては数万元から数十万元という規模にまでなっている。このような大規模系を解析しようとしたときその数値解析モデルのデータを手動で作成することはほとんど不可能に近く、またたとえ作成できたにしても作成されたデータの信頼性をチェックするのに多大な労力を必要とする。また作成されたモデルが解の精度に大きな影響を与えることから要素作成にはユーザの意図、経験などを考慮しなければならない。

このような理由により数値解析分野で最も要求の高いものの1つが解析モデルの自動生成法（要素自動分割法）である。2次元要素自動分割法の1つであるデローニー三角分割法は任意に設定された節点群を対象として2次元では三角形に分割する方法であり、自動分割されたすべての要素についてその外接円を求めるとその内部に他の節点を含まないことが知られている。この幾何学的性質は有限要素法で望まれる要素形状に一致する。

そこで、本論文では、デローニー三角分割法、特に凸型の2次元領域に対する三角分割法について実際にそれをプログラム化する段階で要求される高速化法について考察し、それを元に任意形状をした境界に囲まれた2次元領域に対する要素分割法の考え方、方法、アルゴリズムをそれぞれ三角形要素と四角形要素について検討した。さらに、2次元デローニー自動要素分割法の3次元領域への拡張として、3次元領域の表面を三角形と四角形の要素に自動分割する方法を新たに提案した。また、2次元のデローニー三角形要素自動分割、四角形要素自動分割を用いて2つのモデルに対して要素分割を行った結果、非常に良好な要素分割が得られたが、両者の節点生成法の違いによりそれぞれの特長を見いだすことができた。すなわち、三角形要素自動分割法では、境界を含む全領域内又は各ブロック領域ごとに設けたい節点の数だけを指定するだけで自動的に節点が生成され、入力データとして最初を与える境界上の節点数が少ない場合でも、粗密のなめらかな要素分割を行うことが可能であるということ。一方、四角形要素自動分割では始めに格子幅を設定すればそれに合わせて領域内の節点が自動的に生成されるが、境界上では入力した節点の中間に必ず節点を1つだけ生成する方法であるので、均一な要素分割を行おうとする場合は、分割したい格子幅を考慮して境界上の節点を入力する必要があるということが分かった。

方法は、まず3次元領域の表面を構成面ごとに xy 平面領域、 yz 平面領域、 zx 平

面領域のブロックに分けて考え、各平面ごとに2次元デローニー分割法により要素分割を行い、残りの未知の座標値（例えば xy 平面領域であれば z 座標）については、境界の形状をフーリエ級数を用いた内挿関数で表現する事によって、境界の形状から Transfinite 補間法を用いて内部の座標値を決定するものである。

この手法により曲面を含む3次元領域の表面をなめらかな三角形要素、または四角形要素で自動分割することが可能となった。