

有限フーリエ級数形内挿関数を用いた写像変換解析

差分的解法は取り扱いが簡便であることなどから、数値計算法の基本として古くより用いられてきた。しかしながら、差分法は曲線境界を持つような複雑な形状のモデルにおいては適合性があまり良くなく、その取り扱いについては多少の工夫を必要とする。

そこで、本論文では有限フーリエ級数を用いた内挿関数によって解析対象の物体を表現し、写像変換することによって解析を行うことを試みた。具体的には、領域の形状を等間隔の長方形メッシュになるように座標変換を行うとともに、支配方程式についても変数変換を行って写像平面上において数値解析を行った。

通常、内挿関数としては多項式が一般的であるが本論文では以下の理由により有限フーリエ級数を採用した。(1)有限フーリエ級数のもつリンク効果を利用することによって連続な閉曲線を完全に表現することができる。(2)三角関数を使用しているため、微分の階数にかかわらず式形がほとんど変化しない。

また、ここで用いた写像変換では、内挿関数を写像変換後の軸に沿って、互いに直交するように設定しているため、内挿関数の設定が終了した時点で長方形格子への写像が完了したことになる。したがって、境界線の節点座標値を入力するだけで自動的に要素生成を行うことができ、内部点の入力を最小限にしての解析が可能になる。また、与えられた微分方程式を座標変換マトリクスによって変換し、長方形平面上で計算を行うので分割の加減が非常に容易である。

適用できる境界の形状に限りのある差分法であるが、本方法を用いれば複雑な形状でも矩形格子に変換できるので、様々な境界形状を有するモデルについても差分法の適用が可能になる。

さらに、その応用として写像平面上における有限要素解析を試みた。本方法では写像変換後に生成された長方形格子はすべて同じ大きさの要素であり、格子状に整列されていることから、この特徴を利用することにより、有限要素解析が容易に行える。すなわち、写像平面上の要素形状は長方形であるので数値積分の必要も無く、自動的にメッシュの分割ができるので、有限要素法の最大の弱点でもあったデータ入力の煩雑さが大幅に軽減される。

また、本方法による写像変換法では、実平面上の格子を乱しても、変換後の格子関係に影響を及ぼさないという特徴がある。そこで、格子形成の応用として内部境界を有するようなL型格子の解析を試みた。

まず、差分法を適用して解析を行った結果、楕円形断面のねじり定数の問題、円形膜の固有値問題の両方ともある程度粗いメッシュにおいてもかなり良い結果が得

られ、分割数を増やすに従って正解値に近づいていった。さらに、有限要素法によるポテンシャル流れの問題についても、通常の有限要素法による解と比較した結果、同程度の精度で結果が得られた。しかも、通常の有限要素法による場合のデータファイルと本法で使用するデータファイルのファイル容量を比べた結果、前者が 51,784byte, 後者が 198byte の容量であり、本手法では最低限の座標値を入力するのみで物体形状を内挿できることが解った。