令和6年度入学試験問題（前期日程）

数 学

出 題 意 図

問題1　放物線の接線と法線に関する理解度および最小値を求める問題に対する習熟度を確認する。

問題2　対数関数に関する理解度を確認する。

問題3　ベクトルについての基本的な計算力と図形に関する理解度をみる。

問題4　重複組み合わせ問題に対する習熟度を確認する。

問題5　三角関数と軌跡についての習熟度を確認する。

問題6　微分と積分に関する計算力と理解度をみる。

問題7　集合に関する理解度と応用力をみる。

前期日程

令和６年度入学試験問題

数　学

注意事項

1. この問題冊子は試験開始の合図があるまで開いてはいけない。
2. 解答用紙は問題冊子とは別になっているので，解答はすべて解答用紙の指定されたところに記入すること。また，解答用紙は問題ごとに別になっているので，注意すること。
3. 受験番号を解答用紙の指定されたところへ必ず記入すること。決して氏名を書いてはいけない。
4. この問題冊子は持ち帰ること。

解答にあたっての注意事項

受験者は下の表にしたがって，志望学部・学科の問題を解答すること。

学部	学科	解答する問題
経法学部	全学科	$\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$ の４問
医学部	医学科	$\boxed{3}$, $\boxed{4}$, $\boxed{5}$, $\boxed{6}$, $\boxed{7}$ の５問
	保健学科	$\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$ の４問
工学部	全学科	$\boxed{3}$, $\boxed{4}$, $\boxed{5}$, $\boxed{6}$ の４問
繊維学部	先進繊維・感性工学科 機械・ロボット学科 化学・材料学科	$\boxed{3}$, $\boxed{4}$, $\boxed{5}$, $\boxed{6}$ の４問

1 　座標平面上の放物線 $C: y = x^2$ 上に異なる 2 つの動点 $\mathrm{P}(p, p^2)$，$\mathrm{Q}(q, q^2)$ をとる。ただし，実数 p，q は $p < q$，$pq \neq 0$ を満たすとする。P における C の接線を l_{P}，P を通り l_{P} に垂直な直線を n_{P}，Q における C の接線を l_{Q}，Q を通り l_{Q} に垂直な直線を n_{Q} とする。また，l_{P} と l_{Q} の交点を R，n_{P} と n_{Q} の交点を S とし，$\angle\mathrm{PSQ} = 90^\circ$ であるとする。このとき，次の問いに答えよ。

(1) 直線 RS と y 軸が平行であることを示せ。

(2) 四角形 PRQS の面積 T を q を用いて表せ。また，T の最小値を求めよ。

2 実数aは$a>1$を満たすとする。このとき，正の実数xに対し，$x=a\left(1-\dfrac{1}{a}\right)^y$を満たす実数$y$がただ一つ定まる。この$y$を$y=f(x)$と表すとき，次の問いに答えよ。

(1) u，vを正の実数とするとき，$f(u)+f(v)-f(uv)$の値をaを用いて表せ。

(2) p，q，r，sを正の実数とする。$p:q=r:s$のとき，$f(p)+f(s)=f(q)+f(r)$であることを示せ。

$\boxed{3}$ 平面上の2つのベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ は，$|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=1$，および $\vec{a}\cdot\vec{b}=1$ を満たすとする。k を定数とし，2点 $\mathrm{Q}(2k\vec{a}+\vec{b})$，$\mathrm{R}(-3\vec{b})$ を直径の両端とする円を C，点 $\mathrm{S}(-4\vec{b})$ を通り $\vec{a}$ に平行な直線を l とする。このとき，次の問いに答えよ。

(1) 円 C の半径 r を k を用いて表せ。

(2) 直線 l が円 C と共有点をもつとき，k のとり得る値の範囲を求めよ。

4 3つの箱A，B，Cと，赤球8個，白球30個がある。この38個の球から30個選び，3つの箱A，B，Cに10個ずつ入れるとき，次の問いに答えよ。ただし，同じ色の球は区別しないものとする。

(1) どの箱にも少なくとも1個の赤球が入り，かつ，すべての赤球がいずれかの箱に入るような入れ方は何通りあるか。

(2) 入れ方は全部で何通りあるか。

$\boxed{5}$ 原点をOとする座標平面において，直線 $y=\dfrac{1}{\sqrt{3}}x$ の $x>0$ の部分を l，直線 $y=-\dfrac{1}{\sqrt{3}}x$ の $x>0$ の部分を m とする。点Pは l 上を，点Qは m 上を，$\mathrm{PQ}=2$ を満たしながら動くとする。このとき，次の問いに答えよ。

(1) $\angle\mathrm{OPQ}=t$ とするとき，P，Qの座標を t を用いて表せ。

(2) 線分PQの中点Mの軌跡を求め，座標平面上に図示せよ。

$\boxed{6}$ e を自然対数の底とするとき，次の問いに答えよ。

(1) すべての実数 x に対して，不等式 $\dfrac{e^x + e^{-x}}{2} \geqq 1 + \dfrac{1}{2}x^2$ が成り立つことを示せ。

(2) 等式 $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-\cos 2t}dt = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\cos 2t}dt$ が成り立つことを示せ。

(3) 不等式 $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\cos 2t}dt \geqq \frac{5}{8}\pi$ が成り立つことを示せ。

$\boxed{7}$ n を自然数とし，1 から n までの異なる n 個の自然数からなる集合を N とする。N の 2 つの部分集合 P_1，P_2 は

$$P_1 \cap P_2 = \varnothing \quad \text{かつ} \quad P_1 \cup P_2 = N$$

を満たすとする。ただし，$\varnothing$ は空集合とする。P_1 の要素の総和を S_1，P_2 の要素の総和を S_2 とするとき，$S_1 = S_2$ を満たす P_1，P_2 が存在するような n の値をすべて求めよ。