

令和6年度第3年次編入学試験（一般選抜）出題意図

- 1 微分の計算と極値に関する理解度，及びそれらの応用力をみる。
- 2 積分を計算する技法に関する習熟度をみる。
- 3 連立方程式に関する理解度をみる。
- 4 行列の対角化に関する知識の定着度をみる。

令和6年度第3年次編入学試験(一般選抜)

数学

1 実数 p, q は $p > 1, q > 1$ かつ $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$ を満たすとする。関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \frac{1}{p}x^p + \frac{1}{q} - x \quad (x > 0)$$

とすると、次の問いに答えよ。

(1) $f(1)$ と $f'(x)$ を求めよ。

(2) すべての実数 $x > 0$ に対して、 $x \leq \frac{1}{p}x^p + \frac{1}{q}$ が成り立つことを示せ。

(3) すべての実数 $\alpha > 0, \beta > 0$ に対して、 $\alpha\beta \leq \frac{1}{p}\alpha^p + \frac{1}{q}\beta^q$ が成り立つことを示せ。

2 実数 p は $p > 2$ を満たすとする。このとき、次の問いに答えよ。

(1) 不定積分 $\int \frac{x^3}{(1+x^2)^p} dx$ を求めよ。

(2) $D_n = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq n^2, x \leq y\}$ ($n = 1, 2, \dots$) とおき、領域 D_n 上の2重積分

$$I_n(p) = \iint_{D_n} \frac{|xy|}{(1+x^2+y^2)^p} dx dy$$

を考える。このとき、極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n(p)$ を求めよ。

3 a, b を実定数とすると、 x, y, z を未知数とする連立1次方程式

$$\begin{cases} 2x + (b+2)y + (a-4)z = b+4 \\ -x + (b-4)y + 8z = 0 \\ x + 2y - 3z = 2 \end{cases}$$

を解け。

4 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ について、次の問いに答えよ。

(1) 行列 A が対角化可能かどうか判定せよ。また、対角化可能であれば、対角化せよ。

(2) 行列 B が対角化可能かどうか判定せよ。また、対角化可能であれば、対角化せよ。