2020年度入学試験問題（前期日程）

数　学

出 題 意 図

問題$\boxed{1}$　不等式，整数と微分・積分に関する基礎的な力をみる。

問題$\boxed{2}$　複素数，高次方程式に関する基礎的な学力をみる。

問題$\boxed{3}$　空間のベクトルに関する基礎的な力をみる。

問題$\boxed{4}$　三角関数の基礎的性質およびデータの分析に関する力をみる。

問題$\boxed{5}$　二次関数と円の取り扱い，および定積分に関する基礎的な力をみる。

問題$\boxed{6}$　微分法および関数の最大・最小を扱う力をみる。

問題$\boxed{7}$　極限を扱う能力をみる。

前期日程

２０２０年度入学試験問題

数　　学

注 意 事 項

1. この問題冊子は試験開始の合図があるまで開いてはいけない。
2. 解答用紙は問題冊子とは別になっているので，解答はすべて解答用紙の指定されたところに記入すること。また，解答用紙は問題ごとに別になっているので，注意すること。
3. 受験番号を解答用紙の指定されたところへ必ず記入すること。決して氏名を書いてはいけない。
4. この問題冊子は持ち帰ること。

解答にあたっての注意事項

受験者は下の表にしたがって，志望学部学科の問題を解答すること。

学 部	学 科	解 答 す る 問 題
経法学部	全学科	$\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$ の４問
理学部	数学科	$\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$, $\boxed{5}$, $\boxed{6}$, $\boxed{7}$ の６問
医学部	医学科	$\boxed{3}$, $\boxed{4}$, $\boxed{5}$, $\boxed{6}$, $\boxed{7}$ の５問
	保健学科	$\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$ の４問
工学部	全学科	$\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$, $\boxed{5}$ の４問

$\boxed{1}$ 以下の問いに答えよ。

(1) 不等式 $\left(\dfrac{1}{9}\right)^{x+2} > \left(\dfrac{1}{27}\right)^{x}$ を解け。

(2) 2020^{10} を 7 で割ったときの余りを求めよ。

(3) 関数 $f(x) = x^3 - 9x^2 + 23x - 12$ に対し，曲線 $y = f(x)$ と，曲線上の点 $(2,\ 6)$ における接線とで囲まれた部分の面積を求めよ。

$\boxed{2}$ 実数 k，a，b，c に対し，x についての方程式

$$x^3-(2a+c)x^2+(4a-4b+2c+1)x-\frac{k^2}{2}=0$$

を考える。ただし，$k \geqq 0$ かつ $b \neq 0$ とする。この方程式が $x=2$，$x=a+b\,i$ を解にもつとき，k がとりうる値の範囲を求めよ。ここで，i は虚数単位である。

$\boxed{3}$ 座標空間の原点をOとし，2点A$(1,\ -2,\ 2)$，B$(4,\ -2,\ 5)$をとる。点Aを通り$\overrightarrow{\mathrm{OA}}$に垂直な平面を$\alpha$とする。

(1) 平面αに関し，点Bと対称な点Cの座標を求めよ。

(2) $\triangle$OBCの面積を求めよ。

4 変量 a のデータの値が

$$a_k = \cos(2k\theta) \qquad (k = 1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ n)$$

であるとする。ただし，$0 < \theta < \pi$ である。

(1) データの平均値 $\bar{a}$ は

$$\bar{a} = \frac{1}{2n\sin\theta}\left\{\sin(2n\theta + \theta) - \sin\theta\right\}$$

で与えられることを示せ。

(2) $n = 10$，$\theta = \dfrac{\pi}{20}$ のとき，データの標準偏差 s を求めよ。

5 2つの関数

$$f(x) = \left(1 - \sqrt{2}\right)x^2 + 3\sqrt{2} - 2$$
$$g(x) = \sqrt{3}\left(x - \sqrt{3}\right)\left(x + \sqrt{2}\right)$$

を考える。放物線 $y = f(x) + g(x)$ を C_1 とし，円 $x^2 + y^2 = 4$ の $y > 0$ の部分を C_2 とする。

(1) 放物線 $y = f(x)$ と C_2 の共有点の座標を求めよ。

(2) C_1 と C_2 とで囲まれた部分の面積を求めよ。

6 $a > -3$ とする。関数 $f(x) = \dfrac{x+2}{x^2+1}$ の閉区間 $[-3,\ a]$ における最大値と最小値の差が $\dfrac{11}{5}$ であるとき，a の値を求めよ。

7 $0 < r < 1$ とし，半径 1 の円 C_1 と半径 r の円 C_2 の中心は一致しているとする。円 C_1 に内接し，円 C_2 に外接する円をできるだけたくさん描く。ただし，どの 2 つの円も共有点の個数は 1 以下とする。描いた円の円周の長さの総和を $f(r)$ とするとき，

$$\lim_{r \to 1-0} f(r)$$

を求めよ。