3.5.2 母平均が未知の場合

[2] 題意より、母分散 σ^2 の95%信頼区間は、

$$\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{n-1}(0.025)} < \sigma^2 < \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{n-1}(0.975)}$$

ここで、$n=11$, $s=2.6$, $\chi^2_{10}(0.025)=20.5$, $\chi^2_{10}(0.975)=3.25$

$$\therefore \frac{10\times 2.6^2}{20.5} < \sigma^2 < \frac{10\times 2.6^2}{3.25} \qquad \therefore 3.3 < \sigma^2 < 20.8$$

[3] 題意より、母分散 σ^2 の90%信頼区間は、

$$\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{n-1}(0.05)} < \sigma^2 < \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{n-1}(0.95)}$$

ここで、$n=20$, $s=12.8$, $\chi^2_{19}(0.05)=30.1$, $\chi^2_{19}(0.95)=10.12$

$$\therefore \frac{19\times 12.8^2}{30.1} < \sigma^2 < \frac{19\times 12.8^2}{10.12} \qquad \therefore 103.4 < \sigma^2 < 307.6$$

[4] 題意より、母分散 σ^2 の95%信頼区間は、

$$\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{n-1}(0.025)} < \sigma^2 < \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{n-1}(0.975)}$$

ここで、$n=10$, $\chi^2_9(0.025)=19.02$, $\chi^2_9(0.975)=2.70$

$$\bar{x} = \frac{1}{10}(6060+6314+6072+6095+6181+6268+6293+6256+6218+6183) = 6194$$

$$s^2 = \frac{1}{9}\{(6060-6194)^2+(6314-6194)^2+(6072-6194)^2+(6095-6194)^2+(6181-6194)^2 + (6268-6194)^2+(6293-6194)^2+(6256-6194)^2+(6218-6194)^2+(6183-6194)^2\}$$

$$\fallingdotseq 8558.7$$

$$\therefore \frac{9\times 8558.7}{19.02} < \sigma^2 < \frac{9\times 8558.7}{2.70} \qquad \therefore 4049.9 < \sigma^2 < 28529.0$$