

端点補正の計算:

$$P(X \geq 10)_{B(120, 0.05)} = P(X \geq 10)_{N(6, 5.7)} \\ = P(Z \geq \frac{10-6}{\sqrt{5.7}}) = P(Z \geq 1.68) = 0.0465$$

二項分布の正規近似の計算:

$$P(X \geq 10) = 1 - P(1 \leq X \leq 9) \quad 21 \\ = 1 - \sum_{k=1}^9 C_{120}^k 0.05^k \cdot 0.95^{120-k} \\ \div 0.0786$$

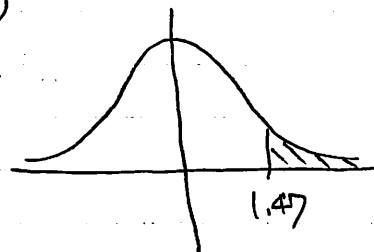
## 1.9 二項分布

[2] 問題81.  $X \sim B(432, \frac{1}{4}) \therefore E(X) = 432 \times \frac{1}{4} = 108, V(X) = 432 \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} = 81$   
 $\sigma(X) = \sqrt{81} = 9$

[3]  $X = 5$  (個) の部品の中 2 正常に動く部品の個数と見做す.  $X \sim B(5, 0.95)$   
 $\therefore P(X \geq 4) = P(X=4) + P(X=5) = {}_5C_4 \left(\frac{95}{100}\right)^4 \cdot \left(\frac{5}{100}\right) + {}_5C_5 \cdot \left(\frac{95}{100}\right)^5 \cdot \left(\frac{5}{100}\right)^0$   
 $= \frac{5 \times 95^4 \times 5}{100^5} + \frac{95^5}{100^5} = \left(\frac{19}{20}\right)^4 \times \frac{6}{5} = \frac{390963}{400000} \div 0.977$

[4]  $X = 7$  (人) の患者に投与された、治癒患者の人数と見做す.  $X \sim B(7, \frac{2}{3})$   
 $P(X \geq 5) = P(X=5) + P(X=6) + P(X=7)$   
 $= {}_7C_5 \left(\frac{2}{3}\right)^5 \left(\frac{1}{3}\right)^2 + {}_7C_6 \left(\frac{2}{3}\right)^6 \left(\frac{1}{3}\right)^1 + {}_7C_7 \left(\frac{2}{3}\right)^7 \left(\frac{1}{3}\right)^0 = 21 \times \frac{2^5}{3^7} + 7 \times \frac{2^6}{3^7} + \frac{2^7}{3^7}$   
 $= \frac{21 \times 2^5 + 7 \times 2^6 + 2^7}{3^7} = \frac{1248}{2187} = \frac{416}{729}$

[5]  $X = 120$  (個) の部品の中 不良部品の個数と見做す.  $X \sim B(120, 0.05)$   
 $P(X \geq 10)_{B(120, 0.05)} = P(X \geq 10 - \frac{1}{2})_{N(6, 5.7)} \quad \left( \begin{array}{l} \leftarrow E(X) = 120 \times 0.05 = 6 \\ V(X) = 120 \times 0.05 \times 0.95 = 5.7 \end{array} \right)$   
 $= P(X \geq 9.5)_{N(6, 5.7)} = P(Z \geq \frac{9.5-6}{\sqrt{5.7}}) = P(Z \geq 1.47)$   
 $= 0.5 - \Phi(1.47) = 0.5 - 0.4292 = 0.0708$



[6] a)  $\sum_{k=0}^n {}_nC_k p^k q^{n-k} = (p+q)^n = 1$   
 二項定理.

(2)  $E(X) = \sum_{k=0}^n k P(X=k) = \sum_{k=0}^n k \cdot {}_nC_k p^k q^{n-k}$

2.2 二項展開  $(x+y)^n = \sum_{k=0}^n {}_nC_k x^k y^{n-k}$  の両辺に  $x$  を微分して両辺を  $x$  で割る.

$n x \cdot (x+y)^{n-1} = \sum_{k=0}^n k \cdot {}_nC_k x^k y^{n-k} \quad (1)$

$$\text{上式に } x=p, y=q \in \Delta \text{ を代入すると } np = \sum_{k=0}^n k \cdot {}_n C_k p^k q^{n-k} = E(X).$$

よって (1) の期待値  $E(X)$  は  $np$  である。

$$nx(x+y)^{n-1} + n(n-1)x^2(x+y)^{n-2} = \sum_{k=0}^n k^2 \cdot {}_n C_k x^k y^{n-k}$$

上式に  $x=p, y=q \in \Delta$  を代入する。

$$np + n(n-1)p^2 = \sum_{k=0}^n k^2 \cdot {}_n C_k p^k q^{n-k} = E(X^2) = V(X) + \{E(X)\}^2$$

$$\therefore V(X) = np + n(n-1)p^2 - n^2p^2 = np(1-p) = npq$$