

平成31年度第三年次編入学試験（一般選抜）

数 学

1 閉区間 $[0, 1]$ で定義された連続関数 $f(x)$ が開区間 $(0, 1)$ で 2 回微分可能で、次の 2 つの条件

(i) $f(0) = f(1) = 0$

(ii) すべての $0 < x < 1$ に対して、

$$(1-x)f'(x) = 1-x - 2x \int_1^x \frac{f(t)}{t^3} dt - \frac{f(x)}{x}$$

を満たしているとする。このとき以下の問いに答えよ。

(1) $f''(x)$ を x の有理式で表せ。

(2) $f(x)$ を求めよ。

2 以下の問いに答えよ。

(1) 不定積分 $\int x^3 e^{x^2} dx$ を求めよ。

(2) 2 重積分 $\iint_D (x+y)^2 e^{(x-2y)^2} dx dy$ の値を求めよ。ただし、 $D = \{(x, y) \mid 0 \leq x+y \leq x-2y \leq 1\}$ とする。

3 k を実定数とするとき、 x, y, z を未知数とする連立 1 次方程式

$$\begin{cases} x - y + z = -1 \\ 2x - y + 2z = -1 \\ x - y + k^2 z = k \end{cases}$$

について、以下の問いに答えよ。

(1) 解をもたないような k の値を求めよ。

(2) 解を無数にもつような k の値と、そのときの一般解を求めよ。

(3) 解をただ一つもつための k の条件と、そのときの解を求めよ。

4 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & p+2 & p \\ 0 & p & p+2 \end{pmatrix}$ について、以下の問いに答えよ。ただし、 p は実数とする。

(1) A の固有値を求めよ。

(2) A が対角化できないような p の値を求めよ。