

2020 年度第 3 年次編入学試験（一般選抜）出題意図

- 1 極限に関する理解度をみる.
- 2 積分計算の習熟度をみる.
- 3 行列式に関する理解度をみる.
- 4 行列の対角化に関する知識の定着度をみる.

2020年度第3年次編入学試験(一般選抜)

数 学

1 次の極限を調べ、それが存在する場合は極限値を求め、存在しない場合はその理由を述べよ。

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^x - 1}{2^x - 1}$

(2) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2}$

(3) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy^2}{x^2 - y^2}$

2 実数 p は $0 < p \leq 1$ を満たすとする。 $D_n = \left\{ (x, y) \mid \frac{1}{n} \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x - \frac{1}{n} \right\}$ ($n = 2, 3, \dots$) とおき、領域 D_n 上の 2 重積分

$$I_n(p) = \iint_{D_n} \frac{dx dy}{(x-y)^p}$$

を考える。このとき、極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n(p)$ を調べ、それが存在する場合は極限値を求めよ。

3 3 以上の自然数 n に対して、 n 次正方行列

$$\begin{pmatrix} 5 & 2 & 0 & \cdots & 0 \\ 2 & 5 & 2 & \ddots & \vdots \\ 0 & 2 & 5 & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 2 \\ 0 & \cdots & 0 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

を A_n とする。すなわち、 A_n の (i, j) 成分は、 $i = j$ のとき 5、 $|i - j| = 1$ のとき 2、それ以外のとき 0 である。 A_n の行列式の値を a_n とするとき、以下の問いに答えよ。

(1) a_3, a_4 を求めよ。

(2) a_{n+2} を a_{n+1} と a_n を用いて表せ。

(3) a_n を求めよ。

4 行列 $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 2 \\ -4 & 3 & 2 \\ -8 & 4 & 5 \end{pmatrix}$ について、以下の問いに答えよ。

(1) 行列 A が対角化可能か判定せよ。

(2) 行列 B が対角化可能か判定せよ。