

令和4年度第3年次編入学試験（一般選抜）出題意図

- 1 連続性，偏微分可能性，全微分可能性に関する知識の定着度と，偏微分の計算能力をみる.
- 2 積分を計算する技法に関する習熟度をみる.
- 3 行列式に関する理解度をみる.
- 4 行列の対角化に関する知識の定着度をみる.

令和4年度第3年次編入学試験(一般選抜)

数学

1 関数 $f(x, y)$ は

$$f(x, y) = \begin{cases} xy \sin \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} & ((x, y) \neq (0, 0)) \\ 0 & ((x, y) = (0, 0)) \end{cases}$$

で定義されているとする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $f_x(0, 0)$ と $f_y(0, 0)$ を求めよ。
- (2) $f(x, y)$ は点 $(0, 0)$ で全微分可能であることを示せ。
- (3) $f_x(x, y)$ を求めよ。また、 $f_x(x, y)$ は点 $(0, 0)$ で不連続であることを示せ。

2 次の問いに答えよ。

(1) $\sqrt{x^2 + a} = t - x$ において、置換積分法により不定積分 $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a}}$ を求めよ。ただし $a \neq 0$ とする。

(2) $D_n = \left\{ (x, y) \mid 0 \leq x \leq y, \frac{1}{n} \leq y \leq 1 \right\}$ ($n = 2, 3, \dots$) とおき、領域 D_n 上の2重積分

$$I_n = \iint_{D_n} \frac{dx dy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

を考える。このとき、極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n$ を求めよ。

3 t は実数とする。行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 6 & 0 & 5 \\ 2 & 2 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & t & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 8 \\ 1 & 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ について、 $A^2 B^3 A^{-1}$ の行列式の値が128であるとき、 t の値を求めよ。

4 a は定数とする。このとき、行列 $A = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & a \end{pmatrix}$ が対角化可能か判定せよ。