

令和4年度 中学校教育研究会 公開授業

数 学 科 学 習 指 導 案

指 導 者 北信教育事務所学校教育課 指導主事 清水 和 先生
共同研究者 信州大学学術研究院教育学系 教 授 茅野 公穂 先生
日 時 令和4年5月13日(金)
授 業 学 級 3年C組(41名)
授 業 会 場 1年A組教室
小 単 元 名 「平方根の性質」
授 業 者 中村 満

- 1 数学科の研究テーマ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・数学1
- 2 教科としての全校研究テーマの受け止め・・・・・・・・数学1
- 3 小单元名・学年・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・数学1
- 4 小单元の目標・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・数学1
- 5 小单元の評価規準・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・数学2
- 6 数学科として、全校研究テーマに迫るための仮説・・・・数学2
- 7 小单元に寄せた教材化・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・数学2
- 8 小单元展開・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・数学7

信州大学教育学部附属長野中学校 数学科

研究者 中村 満 秋山 拓也
渡辺 万貴 木内 浩司

1 数学科の研究テーマ

数学を活用して事象を論理的に考察したり、数量や図形などの性質を見いだし
統合的・発展的に考察したりする力を高める学習の在り方

2 教科としての全校研究テーマの受け止め

「一次関数の利用」・2年（令和3年10月）では、具体的な事象をこれまで学習してきた関数で捉え考察しながら、関数の概念の理解を深める学習を構想した。そこでは、具体的な場面について、一次関数を用いて論理的に考察するために、得られた結果の妥当性を考える活動を位置付けた。

H生は、ダッシュマークの位置を推測するためには、実際の状況に合わせて、データから必要な2点を選び、直線のグラフをつくれればよいと、一次関数とみなす方法を発展的に考察して、より正確な結果を得るための追究の工夫を考えることができた。このようなH生の姿は、「数学的な見方・考え方」を働かせ、具体的な事象をこれまで学習してきた関数で捉え考察しながら、関数の概念の理解を深めることができた姿であり、数学を活用して事象を論理的に考察したり、数量や図形などの性質を見いだし統合的・発展的に考察したりする力を高めた姿と捉える。（研究紀要 数学9～11）

小単元の終末、具体的な事象の中から取り出した二つの数量の関係について、得られた結果の妥当性を考えたり、実際の結果との違いが生じた原因を考えたりした際に、様々な事象を一次関数とみなして考えたことについて振り返る場を位置付けた。H生は、身の回りの事象を理想化し、関数とみなして考えてもよい場面がどのような場面なのかを捉えるとともに、一次関数とみなして考えれば、おおよその結果が予測できることよさに気付いた。このようなH生の姿は、身の回りの事象を理想化して、事象を一次関数と捉えることで、未知の状況を予測したり、根拠をもって判断したりすることができた姿であり、学んだことの意味や価値を自覚することができた姿と捉える。（研究紀要 数学12）

平方根の学習における本小単元「平方根の性質」・3年では、平方根の性質を明らかにするために、負の数の学習で数の範囲を拡張してきた過程に基づいて、数もつ三つの性質の視点から、得られた結果の妥当性を考える。このようにすることで、生徒は、「数学的な見方・考え方」を働かせ、数の範囲を無理数にまで拡張しながら、数の概念の理解を深めることができると考えた。

また、小単元の終末、これまでの数の表し方では表現できない数について、これまで学習してきた数と同様の性質をもっているか検証したり、検証した結果の妥当性を考えたりしたことを基に、新たな数を対象にして考察したことについて、三つの振り返りの視点で振り返る。このようにすることで、これまでの数の表し方では表現できなかった数が考察の対象となり、数の範囲を拡張することの必要性やよさを実感できると考えた。

上記のような学習を積み重ねていくことで、数学科の研究テーマ、さらには全校研究テーマを具現し、「学びを拓いていく生徒」に迫ることができると考え、本研究を構想する。

3 小単元名・学年 「平方根の性質」・3年

4 小単元の目標 ※【 】内は、中学校学習指導要領との関連を指している

(1) 知識及び技能【A (1) ア(ア)、(イ)】

数の平方根の必要性と意味を理解するとともに、数の平方根の大小を判断したり、数の平方根を含む四則計算の可能性を見いだしたりすることができる。

(2) 思考力、判断力、表現力等【A (1) イ(ア)】

数の平方根の性質と既に学習した数の性質とを関連付けて、数の平方根の大小を判断する方法を考察し表現したり、四則計算の方法を考察したりすることができる。

(3) 学びに向かう力、人間性等

数の平方根のよさを実感して粘り強く考え、数の平方根について学んだことを生活や学習に生かそうとしたり、数の平方根を活用した問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとしたりする。

5 小単元の評価規準

知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
知 数の平方根の必要性和 ① 意味を理解している。	思 数の平方根がこれまで学習してきた数と同様の性質をもっている可能性を見いだしている。 ①	態 数の平方根のよさを実感して粘り強く考え、数の平方根について学んだことを生活や学習に生かそうとしたり、数の平方根を活用した問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとしたりしている。
知 数の平方根を含む四則 ② 計算の可能性を見いだしている。	思 既に学習した数の性質と関連付けて、数の平方根の大小を判断する方法を考察し表現している。 ②	
技 数の平方根の大小を判断している。	思 数の平方根を含む四則計算の方法を考察している。 ③	

6 数学科として、全校研究テーマに迫るための仮説

(1) 重点1に関わる仮説

- ・数の平方根の性質を明らかにするために、負の数の学習で数の範囲を拡張してきた過程に基づいて、数をもつ三つの性質の視点から、得られた結果の妥当性を考える活動を位置付ける。このようにすることで、「数学的な見方・考え方」を働かせ、数の範囲を無理数にまで拡張しながら、数の概念の理解を深めることができる。(小単元)
- ・2乗して a になる数が、数をもつ三つの性質と同様の性質をもっているか、具体物と関わらせて検証する活動を位置付ける。このようにすることで、数の平方根がこれまで学習してきた数と同様の性質をもっている可能性を見いだすことができる。(本時)

(2) 重点2に関わる仮説

- ・小単元の終末、これまでの数の表し方では表現できない数について、これまで学習してきた数と同様の性質をもっているか検証したり、検証した結果の妥当性を考えたりしたことを基に、新たな数を対象にして考察したことについて、三つの振り返りの視点で振り返る場を位置付ける。このようにすることで、これまでの数の表し方では表現できなかった数が考察の対象となり、数の範囲を拡張することの必要性やよさを実感できる。

7 小単元に寄せた教材化

中学校数学科「A数と式」領域では、育成を目指す資質・能力の一つとして「数の範囲の拡張と数の概念を理解すること」が示されている。数の範囲の拡張について、小学校算数科では、数の範囲を整数から小数、分数にまで拡張してきている。中学校数学科では、第1学年で、数の範囲を正の数と負の数にまで拡張したことで、有理数の概念を形成してきている。第3学年の単元「平方根」は、新たな数として正の数の平方根を導入することで、これまで扱うことができなかった数量を、考察の対象とし、数の範囲を無理数にまで拡張しながら、数の概念の理解を深める単元である。

本単元「平方根」において、生徒は、既に根号を用いた数を知っていたり、その表し方の特徴から感覚的に大小の判断ができたりするため、新たな数との出会いでありながら、その存在を疑いもなく受け入れやすい傾向にある。一方で、数の平方根の意味を十分に理解することができず、和や差など、これまでの数と異なる処理をする計算の場面などで混乱を招く生徒の姿も少なくない。教師もまた、そのような生徒の姿から、大小比較や四則計算の方法の確認に注力し、練習問題を繰り返す指導に陥ってしまう側面がある。

そこで本校数学科では、生徒が数の概念を理解し、その数をもつ性質について考察することに重点を置く。新たな数の性質について調べていく際、これまでの新たな数を拡張してきた学習を振り返り、身の回りにある具体物と関わらせて考察するなど、生徒自身が数の範囲を拡張するときの考え方を活用して数の概念を形成したり、数の範囲を拡張するときの考え方の理解を深めたりしていくための学習を構想した。

以上のことを踏まえ、本校数学科では、本単元「平方根」を、内容のまとまりを踏まえた三つの小単元と単元のまとめで構成し、それぞれの小単元の学習内容を表1のように構想した。

表1 「平方根」の単元展開の概要

小単元名	学習内容	時数
平方根の性質 (本小単元)	<ul style="list-style-type: none"> 平方根の意味と根号の使い方を理解する 平方根を近似値で表す、平方根の大小を判断する 有理数と無理数の意味を理解する、無理数を含めた数を分類する 根号のついた数の四則計算の可能性を見いだす 	7
根号を含む式の計算	<ul style="list-style-type: none"> 根号の中の数を簡単にする、有理化について理解する 根号を含む式の和と差、積（展開公式の利用）や商を求める 	5
平方根の利用 (単元のまとめ)	<ul style="list-style-type: none"> 平方根を利用して身の回りの問題を解決する 根号を含む数の大小に基づいて、ものごとを判断する 単元全体の学習内容を通して、学習したことを自己評価する 	2

「平方根の性質」の場面では、面積が 2 cm^2 の正方形の一辺の長さのように、これまでの有理数では表すことのできない量が存在していることから、このような量を定めるためには新しい数が必要となる。一般的に、このような場面では、数の平方根が、これまで学習した数と同様の性質をもっているかを予想し、検証するなど、主にD2：得られた結果から統合的・発展的に考察すること（図1①）を含む過程を遂行して展開していくことが多い。

しかし、本研究では、検証した結果を身の回りにある具体物（正方形の一辺の長さなど）と関わらせて考察するなど、D1：得られた結果の意味を考察すること（図1②）を含む過程とD2を含む過程とを相互に関わらせながら展開させていく。そのために、具体物と関わらせながら、数をもつ三つの性質の視点から、得られた結果の妥当性を追究する小単元「平方根の性質」を構想した。

「根号を含む式の計算」の場面では、「平方根の性質」で明らかにした数の性質を用いて、 $\sqrt{\quad}$ の中の数を簡単にしたり有理化したりできることや平方根を含む式の和と差、展開公式を利用した積や商など式の計算方法について考察する。このような場面では、主にD2を含む過程を遂行していく。

「平方根の利用」の場面では、日常生活においてよく利用されるA判の紙について、2辺の長さの比が $1:\sqrt{2}$ になるようにつくられていることを、実際に紙を折って長さを比較することで見いだすなど、様々な事象を正の数の平方根を用いて考察し表現する。このような場面では、主にD1を含む過程を遂行していく。

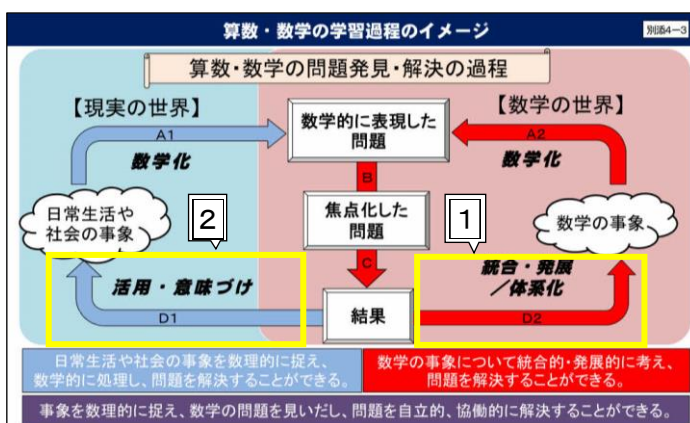


図1 算数・数学の学習過程のイメージ

(1) 数の平方根の性質を明らかにするために、負の数の学習で数の範囲を拡張してきた過程に基づいて、数をもつ三つの性質の視点から、得られた結果の妥当性を考える活動を位置付ける

第1時、教師は面積が 4cm^2 になる正方形を方眼紙にかくように促す。生徒は、正方形の一辺の長さを2乗すれば面積になることから、一辺の長さが 2cm の正方形をかけばよいことに気づき、面積 4cm^2 の正方形をかくだろう(図2①)。次に教師は、面積が半分になった面積 2cm^2 の正方形を方眼紙にかくように促す。生徒は、同じようにして2乗して2になる数を求めようとするが、きりのよい数を求められず、正方形をかくことができないだろう。一方で、方眼紙の対角線を用いて、面積が 2cm^2 になる正方形(図2②)をかく生徒もいるだろう。教師は、このような生徒の考えを全体に紹介し、面積 2cm^2 の正方形がかけることと、2乗して2

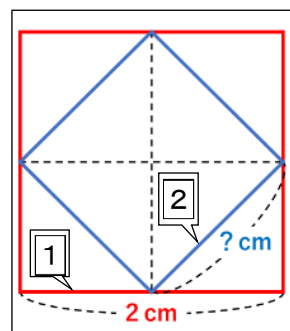


図2 面積 4cm^2 と 2cm^2 の正方形の例

になる数があることを確認する。生徒は面積 2cm^2 の正方形の一辺の長さがおおよそ1.4にはなるが、1.4を2乗してもちょうど2にならないことにも気付くだろう。そして、2乗して2になる数を表すことができないことから、そのような数は存在するのか疑問をもつだろう。教師は、他にも同じような数がないかを考える場を設ける。生徒は、面積が 3cm^2 になる正方形の一辺の長さも表せないことや、 $2^2=4$ と $3^2=9$ であることから、面積が 5cm^2 、 6cm^2 、 7cm^2 、 8cm^2 の場合も同じように表せない数であることに気付くだろう。そのような反応から、教師は、2乗して a になる数はこれまで学習してきた数では表現できない新たな数であり、2乗して a になる数を a の平方根と呼ぶことや、根号を用いて $\pm\sqrt{a}$ と表すことを確認する。そして、数の平方根には、表し方以外にこれまでの数との違いがありそうかを尋ねる。生徒は、「違いはなく、これまでの数と同じように計算することができる。」など、これまでの数と同様の性質をもっていると予想するだろう。教師は、このような生徒の考えを全体に位置付け、小単元の学習問題「数の平方根はこれまでの数と同様の性質をもっているのだろうか。」を設定する。そして、どのようにすれば予想を確かめられるか、自分の考えを記述するように促す。生徒は、

- 量を表せること
- 大小比較ができること
- 四則計算ができること

図3 数をもつ三つの性質

「1年生で負の数という新しい数について学習した時には、正の数と同じ性質をもっているか調べた。今回も同じように数の性質について調べればよいのではないか。」と負の数の学習で数の範囲を拡張してきた過程に基づいて調べていけばよいことを記述するだろう。

第2時(本時)、教師は、前時に、1年次の負の数の性質について記述している生徒の振り返りから、負の数の性質を明らかにした際に、何を調べたのかを尋ねる。生徒は、数をもつ三つの性質(図3)を、負の数ももっているか調べたことを想起するだろう。そして、数の平方根も同じように三つの性質をもっていることが示せれば、これまで学習した数と同じ性質をもつと考えるだろう。そこで教師は、例えばどうすれば同じ性質であることを示すことができそうか尋ね、第1時で使用した図などを使っていくとよいのではないかという生徒の反応から、学習課題「数の平方根が、数をもつ三つの性質をもっているか、具体物と関わらせて検証しよう。」を据える。「量を表せること」に着目した生徒は、面積 $2\pi\text{cm}^2$ の円の半径など正方形の一辺の長さ以外に $\sqrt{2}\text{cm}$ と表せる数量があること(図4①)や、

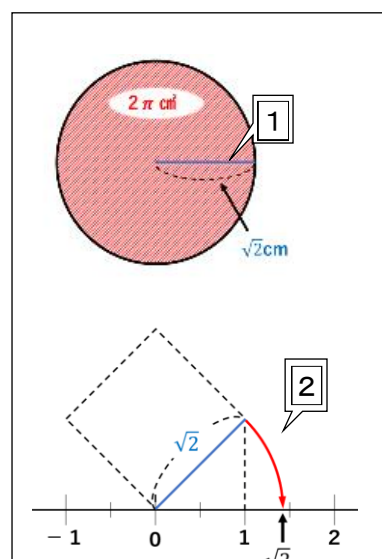


図4 生徒の追究の様子(本時)

第1時にかいた図(図2)を想起し、正方形の一边の長さをコンパスで移すことで、 $\sqrt{2}$ を数直線上に表せること(図4[2])を根拠に、数の平方根が量を表せると考えるだろう。その中で、2乗して2になる数には、絶対値が等しい正の数と負の数の二つがあることや、2乗して0になる数は0であること、2乗して負の数になる数は存在しないことを根拠に、数の平方根の特徴を見出す生徒もいるだろう(図5)。「大小比較ができること」に着目した生徒は、近似値を用いておおよその値で表して比較できることの他に、正方形の面積の大小はそれぞれの一边の長さの大小で決まること(図6)を根拠に、数の平方根が大小比較できると考えるだろう。このように、生徒は、具体物と関わらせて、数の平方根がこれまで学習してきた数と同様の性質をもっている可能性を見だしていくだろう。そして、「四則計算ができること」に着目した生徒は、 $\sqrt{2} + \sqrt{5} = \sqrt{7}$ や $\sqrt{2} \times \sqrt{5} = \sqrt{10}$ のように、これまでの数と同じように四則計算が

- 2乗して2になる数は、絶対値が同じ正の数と負の数の二つありそう
- 2乗して0になる数は0
- 2乗して負の数になる数はない

図5 生徒の追究の様子(本時)

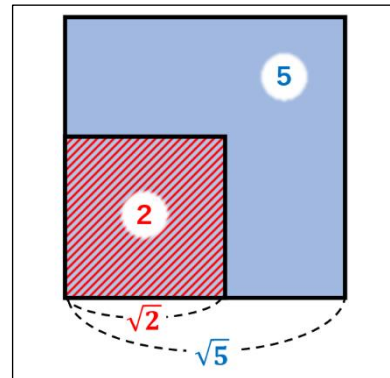


図6 生徒の追究の様子(本時)

できると考え、近似値を用いておおよその値で表せば、その正しさも確かめられると見通しをもち、数の平方根を含む四則計算の可能性を見出すだろう。しかし、近似値を用いたときに $\sqrt{2} \times \sqrt{5} = \sqrt{2 \times 5}$ が成り立つのに対し、 $\sqrt{2} + \sqrt{5} = \sqrt{2+5}$ が成り立たないこと(図7[1])や、正方形の一边の長さの和が一致しないこと(図7[2])から、これまでの数とは同じようにできないことを根拠に、数の平方根がこれまでの数と同様の性質をもっているとはいえないのではないかと考える生徒もいるだろう。このような生徒の反応から、教師は、数の平方根は、本当にこれまでの数と同様の性質をもっているのだろうかと思ね、今後追究したいことについて考える場を設ける。生徒は、「数をもつ三つの性質が、いつでもいえるか確かめたい。」や「四則計算は文字の式のような計算のきまりがありそう。」など、それぞれの数の性質についてさらに追究する必要があると考えるだろう。

$\sqrt{2} \approx 1.4$ $\sqrt{5} \approx 2.2$ $\sqrt{7} \approx 2.7$ $\sqrt{10} \approx 3.1$ [1]

$\sqrt{2} + \sqrt{5} \approx 3.6$ より $\sqrt{2} + \sqrt{5} = \sqrt{7}$ にならない

$\sqrt{2} \times \sqrt{5} \approx 3.1$ より $\sqrt{2} \times \sqrt{5} = \sqrt{10}$ になりそう

面積2と面積5の正方形をつなげると、方眼紙では面積が7よりも大きい正方形ができたから、 $\sqrt{2} + \sqrt{5} = \sqrt{7}$ にはならない [2]

図7 生徒の追究の様子(本時)

- 正の数 a の平方根は \sqrt{a} と $-\sqrt{a}$ の二つあり、絶対値は等しい
- 0 の平方根は 0
- 負の数の平方根は存在しない

図8 生徒の追究の様子(第3時)

第3~6時、第2時の追究を基に、生徒は数の平方根がこれまでの数と同様に三つの性質をもっているかについて、それぞれの性質ごとに追究していく。第3時、生徒は、「量を表せること」を確かめるために、正の数の平方根は二つ、0の平方根は0、負の数の平方根は存在しないことや、根号を用いなくても表せる数の平方根があることなど、平方根のもつ特徴をまとめる(図8)。教師は、分数で表すことができる有理数に対し、数の平方根のような分数で表すことができない無理数という数があることを説明する。生徒はこれまで学習してきた数を有理数と無理数に分類することで、「量を表せること」を視覚的に捉えていく(図9)。

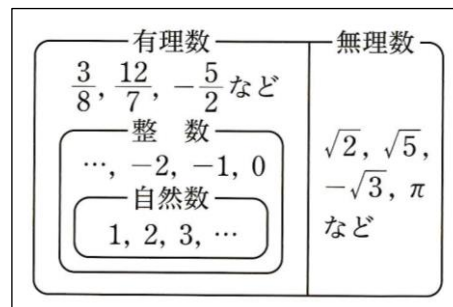


図9 生徒の追究の様子(第3時)

第4時、生徒は、「大小比較ができること」を確かめるために、数直線上の位置関係など具体物と関わらせて、近似値や正方形の面積と一辺の長さの大小関係、根号のついた数の大小を判断する方法を説明するだろう（図10）。第5～6時、生徒は、「四則計算ができること」を確かめるために、根号のついた数の四則計算では、乗法と除法についてはこれまでの数と同じように計算したり表したりできるが、加法と減法については計算はできるものの、文字式と同じように考える必要があることなど、これまでの数の四則計算とは異なる処理をすることに気付くだろう（図11）。

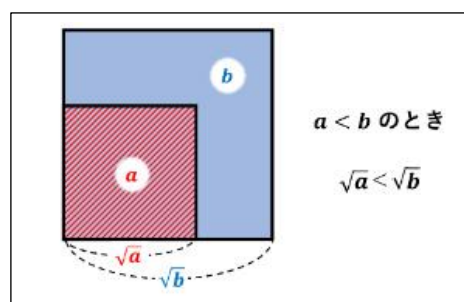


図10 生徒の追究の様子（第4時）

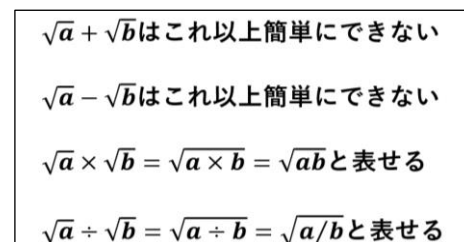


図11 生徒の追究の様子（第6時）

以上のように、数の平方根の性質を明らかにするために、負の数の学習で数の範囲を拡張してきた過程に基づいて、数をもつ三つの性質の視点から、得られた結果の妥当性を考える活動を位置付ける。このようにすることで、「数学的な見方・考え方」を働かせ、数の範囲を無理数にまで拡張しながら、数の概念の理解を深めることができるのではないかと考えた。

(2) 小単元の終末、これまで学習してきた数と同様の性質をもっているか検証したり、検証した結果の妥当性を考えたりしたことを基に、新たな数を対象にして考察したことについて、三つの振り返りの視点で振り返る場を位置付ける

最終時、教師は、これまでの学習を三つの振り返りの視点（図12）で振り返る場を設ける。生徒は、新たな数を対象に考察するときには、同じような数はないか、同じように操作・処理することはできないかなど、これまで学習してきた数の性質に基づいて考察することの大切さに気付くだけでなく、数学以外の事象においても、同様の考察が有効であることを実感するだろう（図13）。

- 数をもつ三つの性質の視点で新たな数を捉えたこと
- 数の範囲についてさらにいえそうなこと
- これまでの知識で表現できないものを捉える際に大切な考え方

図12 三つの振り返りの視点

- 数の平方根は、1年生の時に学習した負の数と同じように、数のもつ三つの性質をもっていることがわかったから、これまで学習した数と同じように用いたり処理したりできる。
- 数の平方根もこれまでの数と同様の性質をもっていると思ったけど、数をもつ三つの性質の視点で追究してみて、四則計算が文字式のように処理しなければならないという特徴があることが分かり驚いた。これからさらに新たな数があったときは、数のもつ三つの性質がいつでも成り立つのかを調べてみようと思った。
- 負の数の学習と同じように、具体物を用いて考えることが参考になった。正方形の一辺の長さ以外にも、身の回りに数の平方根の具体物がないか見つけてみたい。
- 理科で生物の分類をするとき、知っている生物の特徴と比較しながら、同じ特徴をもっているかなど、今回の数の平方根の学習と同じ考え方を用いている。この考え方は、数学以外でも日常生活で多く用いられているのではないかと考えた。

図13 生徒の振り返り（第7時）

このように、生徒は、これまでの数の表し方では表現できなかった数が考察の対象となり、数の範囲を拡張することの必要性やよさを実感できるなど、学んでいることの意味や価値を自覚することができると考えた。

8 小単元展開 数の範囲を無理数にまで拡張しながら、数の概念の理解を深める学習

全7時間扱い 本時は第2時

段階	◆学習 ○「評定に用いる評価」 ●「学習改善につなげる評価」		評価の観点	時間
	教師の指導・支援	予想される生徒の反応		
導入	◆数の平方根の性質を明らかにするという小単元の見通しをもつ。		○態 (観察・ノート)	1
	<ul style="list-style-type: none"> 面積が4cm^2と2cm^2の正方形をかくように促し、それぞれの辺の長さについて疑問に思ったことを尋ねる。 イのような反応から、2乗して2になる数を求めるように促す。 ウのような反応から、他にも同じような数がないか調べるように促す。 2乗してaになる数を、aの平方根と呼び、$\pm\sqrt{a}$と表すことを確認する。 	<ul style="list-style-type: none"> ア 面積4cm^2の正方形の辺の長さは2cmだからかけるが、面積2cm^2の正方形は辺の長さが分からないからかけない。 イ 方眼紙の対角線を使えば、面積2cm^2の正方形がかけた。面積2cm^2の正方形の辺の長さを測ると約1.4cmになった。 ウ 1.41421356を2乗してもちょうど2にならなかった。2乗して2になる数を表すことはできるのだろうか。 エ 面積5cm^2になる正方形がかけたが、辺の長さを2乗しても5にならなかった。でも正方形がかけるから、2乗して5になる数も表すことができるはずだ。 オ 友はすでにこの数について知っていたが、自分は\sqrt{a}という表し方や数の平方根という存在を初めて知った。この数の平方根という新しい数は、表し方以外にこれまでの数と違いはなさそうだ。 カ 数の平方根は、正方形の辺の長さのように存在している数だから、これまでの数と同様の性質をもっていると思う。 キ 1年生で負の数という新しい数について学習した時、負の数にはどのような性質があるかを明らかにするために、正の数と同じ性質をもっているか調べた。今回も同じように数の性質について調べればよいのではないか。 		
展開	本時のねらい：数の平方根がこれまで学習してきた数と同様の性質をもっている可能性を見いだす。		○● 思知 ①② (観察・ノート)	2 (本時)
	<ul style="list-style-type: none"> キのような反応から、負の数の性質を明らかにした際に、何を調べたのかを尋ねる。 ケのような反応から、例えば、どのように示したらよいか尋ねる。 コのような反応から、学習課題「数の平方根が、数もつ三つの性質をもっているか、具体物と関わらせて検証しよう。」を据え、個人追究や全体追究する場を設ける。 	<ul style="list-style-type: none"> ク 身の回りにある具体物と関わらせて、正の数と同じ性質をもっているか調べた。 ケ 負の数の性質を明らかにした際、「量を表せること」、「大小比較ができること」、「四則計算ができること」を調べた。数の平方根がこれまでの数と同じように三つの性質をもっていることを示すことができればよさそうだ。 コ 1時間目に学習した時のように、図などを使って説明すれば、分かりやすいし、根拠を示すことができそうだ。 サ $\sqrt{2}$は面積2πの円の半径として表すこともできる。または、$\sqrt{2}$は面積2の正方形の辺の長さだから、その長さをコンパスで移せば、数直線上に表すことができそうだ。 シ 2乗して4になる数は2と-2だから、2乗して2になる数も絶対値が同じ正の数と負の数の二つある。2乗して0になる数は0で、2乗して負の数になることはない。 ス $\sqrt{2}$と$\sqrt{5}$は、面積が2と5の正方形のそれぞれの辺の長さになる。面積が大きい正方形の辺の長さの方が大きいから、$\sqrt{2}$よりも$\sqrt{5}$の方が大きい。 セ $\sqrt{2} + \sqrt{5} = \sqrt{2+5}$、$\sqrt{2} \times \sqrt{5} = \sqrt{2 \times 5}$になりそう。$\sqrt{2}$、$\sqrt{5}$、$\sqrt{7}$、$\sqrt{10}$を大体の値で表して、確かめてみよう。 ソ 面積が2と5の正方形をつなげたら、方眼紙では面積が7よりも大きくなった。四則計算はできないのだろうか。 タ 数の平方根が、これまで学習した数と同じ性質をもっていることがいつでもいえることを確かめればよさそうだ。 チ 四則計算だけ、これまで学習した数と同じようにできないと思う。これまで学習した数とは異なる部分がある。 		

	<p>◆数の平方根が、数をもつ三つの性質をもっていることを説明する。</p> <p>・タのような反応から、学習課題「数の平方根を用いてどのような量を表すことができるのか、具体物と関わらせて検証しよう。」を設定する。</p> <p>・有理数と無理数、無限小数と循環小数を定義し、これまでの追究を振り返るように促す。</p>	<p>ツ \sqrt{a}は2乗してaになる数だから$\sqrt{a^2} = a$になる。$-\sqrt{a}$も2乗してaになる数だからaの平方根は二つあり、\sqrt{a}はaの平方根の正の方を表している。0の平方根は0しかない。2乗して負の数になる数はないから、負の数の平方根はない。</p> <p>テ 4の平方根の正の方は2でもあるから、$\sqrt{4} = 2$と表せそう。他にも、$\sqrt{9} = 3$や$\sqrt{16} = 4$のように平方数の平方根は、根号を使わなくても表せそう。だ。他にも、$\sqrt{2}$は1.41421356...と無限に続く小数になりそう。円周率πも同じような数なのだろうか。</p> <p>ト これまで学習してきた数は有理数だった。円周率のような無理数はπや根号のように文字や記号でないと表せない。</p> <p>ナ 根号がついた数は無限小数や整数で表すことができそうだから大小比較ができそう。</p>	<p>○知 ① (観察・ノート)</p>	<p>3 6</p>
展開	<p>・ナのような反応から、学習課題「数の平方根はいつでも大小を判断することはできるのか、具体物と関わらせて検証しよう。」を設定する。</p> <p>・これまでの追究を振り返るように促す。</p>	<p>ニ $\sqrt{2}$と$\sqrt{5}$とでは、同じ根号がついた数だから、$2 < 5$で$\sqrt{5}$の方が大きいと思う。負の数の大小判断と同じように、数直線上に表したり、具体的な場面で考えたりすればよさそう。</p> <p>ヌ $\sqrt{2}$は約1.4、$\sqrt{5}$は約2.2だ。数直線上に表すと、$\sqrt{5}$の方が右側にあるから、$\sqrt{5}$の方が大きい。</p> <p>ネ $\sqrt{2}$は面積2の正方形の一辺の長さ、$\sqrt{5}$は面積5の正方形の一辺の長さで、面積が大きい正方形の一辺の長さの方が大きいから$\sqrt{5}$の方が長い。だから、$\sqrt{5}$の方が大きい。</p> <p>ノ $\sqrt{0.5}$と0.5では、$0.5 = \sqrt{0.25}$だから、$\sqrt{0.5}$の方が大きい。根号がついていない数との大小関係は、全て根号がついた数で表して、根号の中にある数の大小関係をみればよい。</p> <p>ハ 根号のついた数が数直線上に表せたから、根号のついた数の加法や減法も計算できるはずだ。</p>	<p>○思 ② (観察・ノート)</p> <p>○技 ② (観察・ノート)</p>	
	<p>・ハのような反応から、学習問題「数の平方根の四則計算はいつでもできるのか、具体物と関わらせて検証しよう。」を設定する。</p> <p>・これまでの追究を振り返るように促す。</p>	<p>ヒ $\sqrt{2} \times \sqrt{5} = \sqrt{2 \times 5}$、$\sqrt{5} \div \sqrt{2} = \sqrt{5 \div 2}$となりそうだが、$\sqrt{2} + \sqrt{5} = \sqrt{2+5}$、$\sqrt{5} - \sqrt{2} = \sqrt{5-2}$とはならなそう。他の根号のついた数でも確かめてみよう。\sqrt{a}同士の乗除は、一つの根号にまとめて計算することができそうだが、\sqrt{a}同士の加減は、一つの根号にまとめて表すことができなさそう。</p> <p>フ 近似値だと、$\sqrt{2} + \sqrt{2} = 2 \times \sqrt{2}$となった。根号のついた数の加減は、文字式のように表せばよさそう。</p> <p>ヘ 面積が2と8の正方形の一辺の長さから、$\sqrt{2} + \sqrt{2} = \sqrt{8}$になり、数の平方根の加減には特別なきまりがありそう。</p> <p>ホ 根号のついた数の四則計算はできるが、計算結果を表すときに文字式のような表し方が必要になりそう。</p>	<p>○思 ③ (観察・ノート)</p> <p>○知 ② (観察・ノート)</p>	
終末	<p>◆これまでの数の表し方では表現できなかった数が考察の対象となり、数の範囲を拡張することの必要性やよさを実感する。</p> <p>・これまでの数の表し方では表現できない数について、これまで学習してきた数と同様の性質をもっているか検証したり、検証した結果の妥当性を考えたりしたことを基に、新たな数を対象にして考察したことについて三つの振り返りの視点で振り返る場を設ける。</p>	<p>マ 数の平方根は、1年生の時に学習した負の数と同じように、数のもつ三つの性質をもっていることが分かったから、これまで学習した数と同じように用いたり処理したりできる。</p> <p>ミ 数の平方根もこれまでの数と同様の性質をもっていると思ったけど、数のもつ三つの性質の視点で追究して、他の数とは違う特徴があって驚いた。さらに新たな数と出会ったら、数のもつ三つの性質がいつでも成り立つのかを調べたい。</p> <p>ム 負の数の学習と同様に、具体物と関わらせて考えることが参考になった。他にも身の回りに具体物がないか見つけたい。</p> <p>メ 新たな数を対象に考察するときは、これまで学習した数と比較しながら、同じ性質をもっていることや同じ操作や処理ができることなどを調べていくことが大切だと思った。</p>	<p>○知 ① (観察・ノート)</p>	<p>7</p>