

1 数学科で目指す生徒の姿

問題解決に向けて方針の妥当性を検討したり、

問題解決後に新たな問題を見いだしたりする生徒

2 数学科の研究テーマ

問題解決の過程や結果を振り返って、考察する力を高める学習の在り方

3 研究テーマの具現に向けて

小单元「文字式を利用しよう」(令和6年7月・2年)では、文字を用いた式を具体的な事象で活用する学習を構想した。そこでは、もとの事柄や説明を見返して、前提や結論を変えた新たな事柄を予想し、その真偽を検証する展開を位置付けた。I生は、「差が4である二つの偶数の和が、4の倍数になる」ことが真であることから、前提を「差が8である二つの偶数の和」としても結論が変わらない新たな事柄を予想して、予想した事柄が真であることを確かめた。そして、二つの事柄の共通点から、「差が4の倍数である二つの偶数の和は、4の倍数になる」ことも同様に説明できると考えた。このように、結論に至るまでの式変形の過程や、その式の意味から気付いた共通点に着目し、同じ結論が成り立つ事柄を見付けるとともに、同じ結論が成り立つための前提を見いだした生徒の姿を、数学科の研究テーマを具現した姿と捉えた。

そこで、小单元「比べて発見しよう」(3年)では、平行線と線分の比についての性質を明らかにする中で、平行線の用い方を見いだす学習を構想する。そこでは、もとの証明から平行線の位置や用い方を変えた証明をつくる展開を位置付ける。生徒は、もとの図(図1)で $PQ \parallel BC$ ならば AP :

$AB = AQ : AC = PQ : BC$ であることを証明した後に、 PQ が $\triangle ABC$ の外側に移動した図(図2)でも同じ証明で命題が真であると示せることに気付くだろう。さらに、生徒は、 $PQ \parallel BC$ ならば、 $AP : PB = AQ : QC$ であることを $PB \parallel QR$ となる補助線を引いて証明した後に(図3)、 $PB \parallel CR$ となる補助線を引いても(図4)類似する事柄を使った証明で命題が真であると示せることに気付くだろう。

以上のような学習を積み重ねることで数学科の研究テーマを具現し、目指す生徒の姿に迫ることができると考えた。

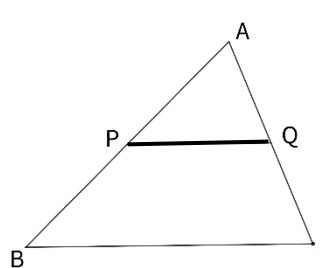


図1 PQが内部にある図

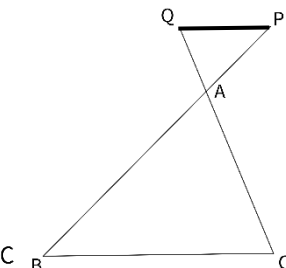


図2 PQが外部にある図

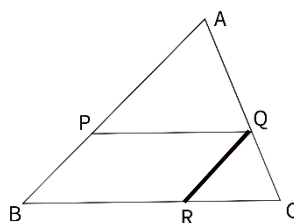


図3 補助線(内部)

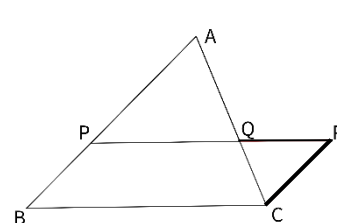


図4 補助線(外部)

4 小单元名・学年

「比べて発見しよう」・3年

5 小单元の目標 ※【 】内は、中学校学習指導要領との関連を指している

- (1) ※本小单元の前に、平面図形の相似の意味及び三角形の相似条件【B(1)ア(ア)】について理解しているため、本小单元では設定しない。
- (2) 平行線と線分の比についての性質を見だし、相似な図形の性質を具体的な場面で活用することができる。【B(1)イ(イ)】

- (3) 相似な図形の性質のよさを実感して粘り強く考え、図形の相似について学んだことを生かそうとしたり、相似な図形を活用した問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとしていたりしている。

6 小単元の評価規準

思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
思 ①平行線と線分の比についての性質を見だし、それらを確認している。 ②相似な図形の性質を具体的な場面で活用している。	態 ①相似な図形の性質のよさを実感して粘り強く考え、図形の相似について学んだことを生かそうとしている。 ②相似な図形を活用した問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとしていたりしている。

7 問題解決の過程や結果を振り返って、考察する力を高めるための単元の手立て

- ・もとの証明から平行線の位置や用い方を変えた証明をつくる展開を位置付ける。

8 小単元展開 平行線と線分の比についての性質を明らかにする中で、平行線の用い方を見いだす学習

小単元終末の生徒の振り返り（例）

予想した命題が真であるかを確認するには、平行四辺形や二等辺三角形の性質を用いて結論を別の事柄に置き換えられるように平行線を加えることが必要であることが分かった。平行線を加えると相似な図形が新たにできるが、どの点を通るかによって結論に至らない場合がある。やみくもに平行線を加えるのではなく、結論に対応していたり、置き換えることで結論につながったりする適切な補助線を加えることが重要であることが分かった。

全 9 時間扱い 本時は第 8 時

段階	◆ねらい ○「評定に用いる評価」 ●「学習改善につなげる評価」	評価の観点	時間
導入	☆証明する命題 ・教師の指導・支援 ◆平行線と線分の比についての命題を見いだす ・動的数学ソフト（GeoGebra）を用いて、三角形の頂点とその三角形の底辺に平行な線分を自由に動かし、いつでも成り立ちそうな命題を予想する場を設ける。 ◆予想した命題を確認めて平行線と線分の比について明らかにする ☆ $PQ \parallel BC$ ならば、 $AP : AB = AQ : AC = PQ : BC$ （図 1） ・予想した他の命題も、平行線の性質や図形の相似を用いれば証明できそうだと予想する生徒の考えを共有し、小単元の学習問題「予想した命題が真かどうかを確認するには、どのように平行線を用いればよいのだろうか。」を設定する。	● 態 ① ● 思 ①	1 2
展開	◆平行線と線分の比についてさらに明らかにする ☆ $PQ \parallel BC$ ならば、 $AP : PB = AQ : QC$ （図 1） ☆ $p \parallel q \parallel r$ ならば、 $AB : BC = A'B' : B'C'$ （図 5） ◆線分の比と平行線について明らかにする ☆ $AP : PB = AQ : QC$ ならば、 $PQ \parallel BC$ （図 1） ☆ $AP : AB = AQ : AC$ ならば、 $PQ \parallel BC$ （図 1）	○ 思 ① ↓	3 4 5 6
開	◆三角形の角の二等分線の性質を明らかにする ・様々な三角形で角の二等分線が一つの辺を分ける長さを比較する場を設け、学習問題「どのような三角形でも、 AB と BC の比と BD と DC の比は等しくなるのだろうか。」を設定する。 ・学習問題の解決につながった証明にはどのような仕組みがあるか問い、生徒の考えを共有する場を設ける。	○ 思 ②	7 8 (本時は第 8 時)
終末	本時案参照 ◆小単元の学習を振り返り、小単元のまとめをする ・小単元の学習問題に対して、分かったことや有効な考えは何かという視点で振り返るように促す。	○ 態 ②	9

9 本時案

(1) 小単元名・学年 「比べて発見しよう」・3年

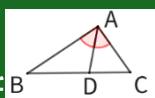
(2) 主眼 ※【 】内は、中学校学習指導要領との関連を指している

他の平行線でも命題が真であることを示せる理由を考える場面で、他の平行線でも前時と同じ証明の仕組みがあるかどうかを確かめることを通して、同じ証明の仕組みがあることに気付く、どの平行線でも平行線や二等辺三角形の性質により、もとの三角形の辺を相似な図形の辺に置き換えていることを見いだすことができる。【B (1) イ (イ)】

(3) 板書計画と 教師の指導・支援 の一部

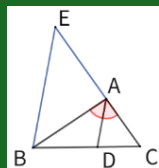
・GeoGebraを用いて考えるように促し、命題が真であることを示せる他の平行線があることを確認する。

＜命題＞
△ABCで、
∠Aの二等分線と
辺BCの交点をD
とすると、
 $AB:AC=BD:DC$ である。

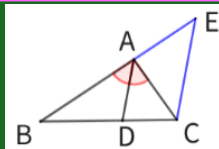


命題が真であることは前回の平行線でしか示せない？

・例えば右のような平行線でも示せそうだ。



【前回】



$$\angle AEC = \angle ACE$$

$$AE = AC$$

$$AB:AE = BD:DC$$

$$AB:AC = BD:DC$$

＜命題＞は真である

【証明の仕組み】

平行線を引くと、線分の比についての式がつけたり、二等辺三角形ができたりする。
等しい辺を置き換える。

学習問題

他の平行線でも命題が真であることを示せるのはなぜだろうか。

予想

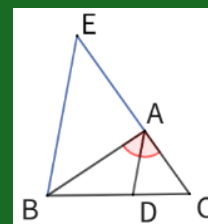
・上の図でも、前回の図と同じ証明の仕組みがあるのではないか。

見通し

・線分の比についての式や、二等辺三角形、等しい辺を置き換えることがあるかを比較すればよい。

学習課題

他の平行線でも前時と同じ証明の仕組みがあるかどうかを確かめよう。

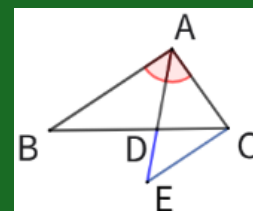


$$\angle AEB = \angle ABE$$

$$AE = AB$$

$$EA:AC = BD:DC$$

$$AB:AC = BD:DC$$

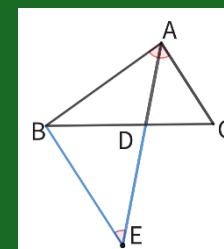


$$\angle AEC = \angle DAC$$

$$EC = AC$$

$$AB:EC = BD:DC$$

$$AB:AC = BD:DC$$



$$\angle DAB = \angle DEB$$

$$BA = BE$$

$$BE:CA = BD:DC$$

$$AB:AC = BD:DC$$

予想は正しい。

・二等辺三角形の性質を用いている。
・平行線と線分の比の性質を用いて、比例式を立てる。

→相似な図形の辺からもとの三角形の辺に置き換えた。

→比例式が結論につながっている。

振り返り

・どの辺に対する平行線でも使う事柄が似ていて、証明の仕組みが同じになることが理由だ。
・二等辺三角形の性質を用いて、ABやACと長さが等しい線分を見付けると、結論につなげることができる。

・他の平行線で証明の仕組みを捉えることが困難な生徒には、前時扱った図形と本時追究しようと考えている図形の類似点があるかどうかを問い掛け、証明の仕組みの共通点に気付けるようにする。
・新たにつくった証明の仕組みが結論につながるかどうかという視点で、小集団で検討するように促す。

・予想が正しいか問い掛け、そう考えた理由を小集団で共有する場を設定する。

(4) 本時の評価

どの平行線でも平行線や二等辺三角形の性質により、もとの三角形の辺を相似な図形の辺に置き換えていることを見いだしているかどうかを、生徒の様子やノートの記述から見とる。