

令和6年度入学試験問題(後期日程)

数 学

出 題 意 図

- 問題1 数列と極限に関する理解度を確認する。
- 問題2 図形に関する理解度と最大値・最小値を求める問題に対する習熟度をみる。
- 問題3 複素数に関する理解度をみる。
- 問題4 絶対値を含む積分と無限級数についての習熟度をみる。

令和6年度入学試験問題

数 学

注 意 事 項

1. この問題冊子は試験開始の合図があるまで開いてはいけない。
2. 受験者は **1** から **4** の 4 問すべての問題を解答すること。
3. 解答用紙は問題冊子とは別になっているので、解答はすべて解答用紙の指定されたところに記入すること。また、解答用紙は問題ごとに別になっているので、注意すること。
4. 受験番号を解答用紙の指定されたところへ必ず記入すること。決して氏名を書いてはいけない。
5. この問題冊子は持ち帰ること。

1 数列 $\{a_n\}$ はすべての自然数 n について、不等式 $a_{n+1} > \frac{1}{4}a_n + \frac{3}{2}$ および $a_{n+1} < \frac{1}{3}a_n + \frac{4}{3}$ を満たし、 $a_1 = 3$ であるとする。このとき、極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ を求めよ。

2

一辺の長さが1の正三角形ABCを底面にもつ高さ $\sqrt{3}$ の三角柱について考える。点Bを通り三角柱の底面に垂直な辺上に点Pを、点Cを通り三角柱の底面に垂直な辺上に点Qをとり、 $BP = x$ 、 $CQ = y$ とする。 $y > x$ のとき、次の問いに答えよ。

- (1) $\triangle APQ$ が直角三角形となるとき、 y を x の式で表せ。
- (2) $\triangle APQ$ が直角三角形となるとき、その面積 S の最大値と最小値を求めよ。

3

i を虚数単位とし、複素数 z の共役複素数を \bar{z} とする。 $\alpha = \cos \frac{2\pi}{7} + i \sin \frac{2\pi}{7}$ とし、 $\beta = \alpha + \alpha^2 + \alpha^4$ とするとき、次の問いに答えよ。

- (1) 自然数 n に対して、 $(\bar{\alpha})^n = \alpha^{7-n}$ が成り立つことを示せ。
- (2) $\beta + \bar{\beta}$ と $\beta\bar{\beta}$ の値を求めよ。
- (3) $\sin \frac{2\pi}{7} + \sin \frac{4\pi}{7} + \sin \frac{8\pi}{7}$ の値を求めよ。

4 自然数 n に対して、

$$I_n = \int_{2(n-1)\pi}^{2n\pi} e^{-x} |\sin x| dx$$

とおくとき、次の問いに答えよ。ただし、 e は自然対数の底である。

(1) I_1 の値を求めよ。

(2) 無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} I_n$ の和を求めよ。