

令和5年度入学試験問題(後期日程)

数 学

出 題 意 図

- 問題1 数列の和や漸化式に関する習熟度を確認する。
- 問題2 ベクトルの分解および内積の計算力と平面図形への応用力をみる。
- 問題3 三角関数を含む積分の計算力をみる。
- 問題4 関数の極限と微分に関する習熟度を確認する。

令和5年度入学試験問題

数 学

注 意 事 項

1. この問題冊子は試験開始の合図があるまで開いてはいけない。
2. 受験者は から の4問全ての問題を解答すること。
3. 解答用紙は問題冊子とは別になっているので、解答はすべて解答用紙の指定されたところに記入すること。また、解答用紙は問題ごとに別になっているので、注意すること。
4. 受験番号を解答用紙の指定されたところへ必ず記入すること。決して氏名を書いてはいけない。
5. この問題冊子は持ち帰ること。

1

すべての項が正である数列 $\{a_n\}$ に対して、 $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)

とおく。すべての自然数 n について、 $S_n^2 = \sum_{k=1}^n a_k^3$ が成り立つとき、次の問いに

答えよ。

(1) a_1 と a_2 を求めよ。

(2) すべての自然数 n について、 $S_{n+1} + S_n = a_{n+1}^2$ が成り立つことを示せ。

(3) 一般項 a_n を求めよ。

2 $AB = 4$, $BC = \sqrt{11}$, $CA = 2$ である三角形 ABC について, $\angle BAC$ の 2 等分線と辺 BC の交点を D とおく。また, 実数 s は $s > 1$ を満たすとする。 $\overrightarrow{AE} = s\overrightarrow{AD}$ を満たす点 E が BC を直径とする円周上にあるとき, 次の問いに答えよ。

(1) \overrightarrow{AB} と \overrightarrow{AC} の内積を求めよ。

(2) s の値を求めよ。

3

a は正の実数とする。曲線 $y = a \cos x$ の $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ の部分を C_1 とし、曲線 $y = \sin x$ の $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ の部分を C_2 とする。 C_1 , C_2 および x 軸で囲まれる部分の面積を S とし、 C_1 , C_2 および y 軸で囲まれる部分の面積を T とするとき、次の問いに答えよ。

- (1) S と T を a を用いて表せ。
- (2) $S = T$ となるとき、 a の値を求めよ。

4

関数 $f(x) = (x+6)e^{\frac{1}{x}}$ について、次の問いに答えよ。

- (1) $f(x)$ の極値を求めよ。
- (2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \{f(x) - (ax+b)\} = 0$ が成り立つような定数 a, b の値を求めよ。