

# 令和4年度入学試験問題(前期日程)

## 数 学

### 出 題 意 図

問題1 ベクトルの分解および内積の基本的な計算力と、それを図形の問題に応用する力をみる。

問題2 事象の個数を正しく数え上げる力をみる。

問題3 2次関数のグラフの扱い方や利用の仕方の定着度をみる。

問題4 問題文で与えられた定義を正しく理解できる能力と連立不等式の解法の習熟度を確認する。

問題5 絶対値を含む関数の定積分や置換積分の計算能力と無限等比級数の和の公式の理解度を確認する。

問題6 放物線の決定問題と回転体の体積の求め方の習熟度を確認する。

問題7 2つの条件が「同値」であることの意味と漸化式の取り扱いの習熟度を確認する。

令和4年度入学試験問題

数 学

注 意 事 項

1. この問題冊子は試験開始の合図があるまで開いてはいけない。
2. 解答用紙は問題冊子とは別になっているので、解答はすべて解答用紙の指定されたところに記入すること。また、解答用紙は問題ごとに別になっているので、注意すること。
3. 受験番号を解答用紙の指定されたところへ必ず記入すること。決して氏名を書いてはいけない。
4. この問題冊子は持ち帰ること。

解答にあたっての注意事項

受験者は下の表にしたがって、志望学部学科の問題を解答すること。

学部	学科	解 答 す る 問 題
経法学部	全学科	1, 2, 3, 4 の4問
医学部	医学科	3, 4, 5, 6, 7 の5問
	保健学科	1, 2, 3, 4 の4問
工学部	全学科	3, 4, 5, 6 の4問

**1**

以下の問いに答えよ。

- (1) 平面上の三角形 ABC において、辺 BC の中点を O とするとき、

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = |\overrightarrow{OA}|^2 - |\overrightarrow{OB}|^2$$

が成り立つことを示せ。ただし、 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$  は  $\overrightarrow{AB}$  と  $\overrightarrow{AC}$  の内積を表す。

- (2) 平面上の 5 点 P, Q, R, S, T について、四角形 PQRS は  $PS = QR$  かつ  $PS \parallel QR$  を満たし、

$$\overrightarrow{TP} \cdot \overrightarrow{TR} = \overrightarrow{TQ} \cdot \overrightarrow{TS}$$

が成り立つとする。このとき、四角形 PQRS は長方形であることを示せ。

2

ボタンを1回押すたびに0から9の10個の整数のうちの1つを表示する装置がある。どの整数が表示されるかは同様に確からしいとする。この装置を用いて次のルールでゲームをする。

- まず、2回続けてボタンを押して、表示された整数を順に  $X$ ,  $Y$  とする。
- この  $X$  と  $Y$  が  $|X - Y| \leq 1$  を満たすならば失敗で、それ以上ボタンを押すことはできないが、 $|X - Y| \geq 2$  を満たすならばもう1回ボタンを押すことができるとする。
- 3回目に表示された整数を  $Z$  として、この  $Z$  が  $X < Z < Y$  または  $Y < Z < X$  を満たすときは成功で、それ以外は失敗とする。

このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) ボタンを3回押すことができる確率を求めよ。
- (2) ゲームに成功する確率を求めよ。

**3** $m$  は実数とする。 $x$  の 2 次方程式

$$x^2 - (m+2)x + 2m + 4 = 0$$

の  $-1 \leq x \leq 3$  の範囲にある実数解がただ 1 つであるとき、 $m$  の値の範囲を求めよ。ただし、重解の場合、実数解の個数は 1 つと数える。

**4**

以下の問いに答えよ。ただし、実数  $x$  に対して、 $[x]$  は  $x$  を超えない最大の整数を表すとする。

- (1)  $k$  は整数とする。 $\left[\frac{x}{2}\right] = k$  を満たす実数  $x$  の範囲を求めよ。
- (2)  $\left[\frac{x}{2}\right] = \left[\frac{x}{3}\right] = 1$  を満たす実数  $x$  の範囲を求めよ。
- (3)  $\left[\frac{x}{2}\right] = \left[\frac{x}{3}\right]$  を満たす実数  $x$  の範囲を求めよ。

- 5  $p$ は正の実数とする。関数  $f(x)$  は、すべての実数  $x$  について  $f(x+p) = f(x)$  を満たし、 $0 \leq x \leq p$  において

$$f(x) = \frac{p}{2} - \left| x - \frac{p}{2} \right|$$

であるとする。また、

$$I_k = \int_{p(k-1)}^{pk} e^{-x} f(x) dx \quad (k = 1, 2, 3, \dots)$$

とおく。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1)  $I_1$  を求めよ。
- (2)  $\frac{I_k}{I_1}$  を求めよ。
- (3)  $n$  は自然数とする。  $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^{pn} e^{-x} f(x) dx$  を求めよ。

6

2次の項の係数がともに正の2次関数  $f(x)$ ,  $g(x)$  について、座標平面上の放物線  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$  をそれぞれ  $C_1$ ,  $C_2$  とする。また、直線  $y = \frac{1}{2}x$  を  $l$  とする。 $C_1$  と  $l$  は点  $(0, 0)$  で、 $C_2$  と  $l$  は点  $(4, 2)$  で接し、 $C_1$  と  $C_2$  は点  $\left(\frac{4}{3}, \frac{22}{9}\right)$  で交わるとする。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1)  $f(x)$  と  $g(x)$  を求めよ。
- (2) 放物線  $C_1$  の  $x \geq 0$  の部分と放物線  $C_2$  および直線  $l$  によって囲まれる図形を、 $y$  軸のまわりに1回転してできる回転体の体積を求めよ。



7  $a_1 = a_2 = 1$  を満たす数列  $\{a_n\}$  について、次の 2 つの条件  $p$  と  $q$  が同値であることを示せ。

$p$ : すべての自然数  $n$  に対して、 $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$  が成り立つ。

$q$ : すべての自然数  $n$  に対して、 $a_{n+1}^2 - a_{n+2}a_n = (-1)^n$  が成り立つ。