

平成24年度入学試験問題

信州大学繊維学部

数学

注意事項

1. この問題冊子は試験開始の合図があるまで開かないでください。
2. この問題冊子は、表紙・白紙（1枚）・問題（4枚）で構成されています。試験開始後、直ちに確認してください。
3. 解答用紙（**1**～**4**各1枚）は問題冊子とは別になっているので、解答は所定の解答用紙に記入してください。スペースがなくなった場合は裏面を使用してください。
4. 解答用紙には必要な計算過程も記入してください。
5. 試験開始後、直ちにすべての解答用紙の指定の位置に受験番号を記入してください。氏名は書かないでください。
6. 下書きには問題冊子の中の余白を使用してください。
7. この問題冊子は持ち帰ってください。

平成24年度繊維学部個別学力検査 後期日程（数学）出題意図

大学における共通教育及び専門教育の授業を学習するのに必要な基礎的な知識を理解する能力があるかどうかを確認するための問題を出題した。特に、三角関数、微分、積分と計算力に基づいた解析力の把握に注意した。

1. 不等式および微分に関する基本的な知識を問う問題である。小問はそれぞれ、
 - (1) 三角関数の加法定理を応用して不等式の満たす範囲を求める問題、
 - (2) 導関数を応用して関数の大小（増減）を求める問題である。
2. 三角関数の理解を総合的に確認することを意図した（微分を用いても求めることができるが、その際も三角関数の理解が必要となる）。
3. 図形と方程式の知識・考え方、および式の展開の正確さ、極大値の求め方を問う問題である。角度を媒介変数として点の座標を表し、線分の長さを求める、という基礎的な問いと、そこから微分または三角関数の合成を駆使して線分の長さの極値を与える角度（問は $\tan \theta$ ）、および、線分の長さの最大値を求めるという問題である。
4. 基本的な積分の応用の概念【1次元（長さ）→2次元（面積）→3次元（体積）】を理解している受験生を求めたいということで、その初めとなる1次元（曲線の長さ）の問題を出題した。

以上

1 次の (1) ~ (2) の問いに答えよ.

(1) $\sin\left(3\theta - \frac{\pi}{12}\right) + \sin\left(\theta - \frac{7}{12}\pi\right) > 0$ を満たす θ の範囲を求めよ.

ただし, $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ とする.

(2) $f(x) = 3x^2 + 2x + 5$ と $g(x) = 2x^3 + 5$ の大小関係を示せ.

ただし, $-1 \leq x \leq 1$ とする.

2 $y = 2 + 3\sin^2 x + 2\sqrt{3}\sin x \cos x + \cos^2 x$ の最大値を求めよ.

また, そのときの x の値を求めよ.

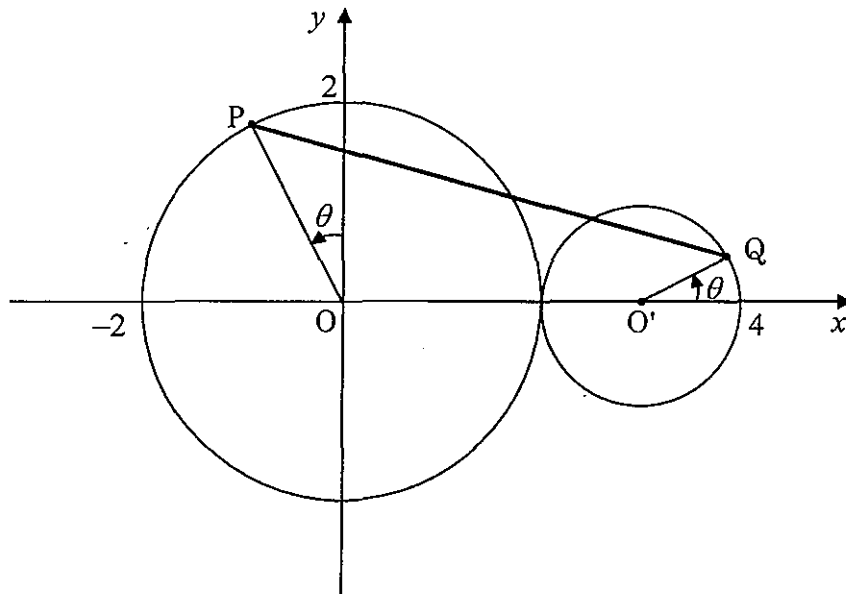
ただし, $0 \leq x \leq \pi$ とする.

3

原点 O を中心とする半径 2 の円と、中心 O' が x 軸上にある半径 1 の円が図のように接している。それぞれの円周上に点 P と点 Q があり、円周上を反時計回りに動くものとする。線分 OP と y 軸の正方向のなす角、および、線分 $O'Q$ と x 軸の正方向のなす角がともに θ であるとし、 θ が 0 から 2π まで変化するときの線分 PQ の長さについて考える。

次の (1) ~ (4) の問いに答えよ。

- (1) 点 P および点 Q の座標を θ を用いて表せ。
- (2) 線分 PQ の長さを θ を用いて表せ。
- (3) 線分 PQ の長さが極値をとるときの $\tan \theta$ の値を求めよ。
- (4) 線分 PQ の長さの最大値を求めよ。



4 次の (1) ~ (2) の問いに答えよ.

(1) $\tan \frac{x}{2} = t$ とおくことにより, $\sin x$ を t を用いて表せ.

(2) 曲線 $y = \log(\sin x)$ ($\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$) の長さ L を求めよ.