平成２２年度入学試験問題
信州大学繊維学部

数学

注 意 事 項

1. この問題冊子は試験開始の合図があるまで開かないでください.
2. この問題冊子は，表紙・白紙（１枚）・問題（４枚）で構成されています．試験開始後，直ちに確認してください.
3. 解答用紙（ $\boxed{1}$ ～ $\boxed{4}$ 各１枚 ）は問題冊子とは別になっているので，解答は所定の解答用紙に記入してください．スペースがなくなった場合は裏面を使用してください.
4. 解答用紙には必要な計算過程も記入してください.
5. 試験開始後，直ちにすべての解答用紙の指定の位置に受験番号を記入してください．氏名は書かないでください.
6. 下書きには問題冊子の中の余白を使用してください.
7. この問題冊子は持ち帰ってください.

H22 年度繊維学部個別学力検査　後期日程（数学）出題意図

　大学における共通教育及び専門教育の授業を学習するのに必要な基礎的な知識を理解する能力があるかどうかを確認するための問題を出題した。特に微積の基礎的な知識、数式の計算力、図形の把握力などの確認に重点を置いた。

１．図形と方程式の知識を問う問題である。円と直線の位置関係を判別式を使って把握する力を試しているが，円の中心は三角関数（媒介変数（θ）による表示）で表されているので三角関数の知識も試している。小問はそれぞれ，

（１）円と直線が接するときの条件を判別式を使って求める問題（ただし，円の半径と円の中心と直線の距離の関係からも求めることもできるし，円の接線の方程式と直線の傾きを比較することによっても解ける問題である）

（２）円と直線が異なる2点で交わるときの条件を判別式を使って求める問題（ただし，円の半径と円の中心と直線の距離の関係からも求めることもできる問題である）。

（３）円に直線交わってできる弦の長さを求める問題（座標値から求めることもできるが，幾何学的に三平方の定理を使っても求めることができる問題である）。

(4) 弦の長さが最大になるときのθ値を求める問題（放物線と三角関数の知識を問う問題）

である。

２．微分および積分に関する基本的な能力を確認することを意図した。小問はそれぞれ，

（１）媒介変数表示のときの微分，

（２）無理関数の積分に関する問題

である。

３．図形を座標を用いて表わし、図形の性質を代数的に表現できるかの確認と数式の展開力の確認を意図した。小問はそれぞれ,

（１）座標を用いた直線の方程式の表現,

（２）点と直線との距離を求める問題（三角形の面積利用でも解ける），

（３）正弦定理の表現の変形（式の展開、正弦定理の利用、中学で学習済みの二等辺三角形の性質の利用など種々の解き方が可能），

（４）ある条件を満足する円に内接する三角形の面積の最大値の求め方の確認

である。

４．整関数の積分の問題である。曲線と直線で囲まれる部分の面積をきちんと計算できるか、分数を含む計算を効率的にできるかどうかの確認を意図した。小問はそれぞれ,

（１）曲線と直線の交点を求める問題,

（２）直線の傾きを求める問題,

（３）曲線と直線で囲まれる部分の面積比を求める問題,

（４）同上（解法には種々の考え方が可能である。分数計算になるがブルートフォース法でも解けるが、因数をまとめるオーソドックスな解き方をすると簡単に解ける）

である。

以上

平成22年度　繊維学部　個別学力検査（後期日程）

問題訂正・補足説明

受験者に対して

解答はじめの指示前に 問題訂正 / 補足説明 があることを口頭で伝えた上、試験開始直後に

訂正文を受理後直ちに 問題訂正 / 補足説明 があることを口頭で伝えた上、

下記の内容を **黒板に書いて** ください。

$\boxed{3}$ の問題　第一行目

（修正前）　半径 r の円周上に

↓

（修正後）　半径 r の円の周上に

$\boxed{1}$ 直線 $y=x$ と円 $(x-2\cos\theta)^2+y^2=1$ $(0 \leqq \theta \leqq 2\pi)$ について以下の問いに答えよ.

(1) 直線と円が接するときの θ の値を求めよ.

(2) 直線と円が異なる2点(P と Q)で交わるとき, θ の値の範囲を求めよ.

(3) 線分 PQ の長さを θ を使って表せ.

(4) 線分 PQ の長さが最大となるときの θ の値と, その長さを求めよ.

$\boxed{2}$ 次の（1）～（2）の問いに答えよ．

（1）媒介変数 θ を用いて，曲線を

$$\begin{cases} x = (1+\cos\theta)\cos\theta \\ y = (1+\cos\theta)\sin\theta \end{cases}$$

で表した場合，この曲線の $\theta = \dfrac{\pi}{4}$ の点における接線の傾き $\dfrac{dy}{dx}$ の値を求めよ．

（2）次の定積分を求めよ．

$$\int_0^a \frac{x}{1+\sqrt{a^2-x^2}}\,dx \qquad （ただし，a>0）$$

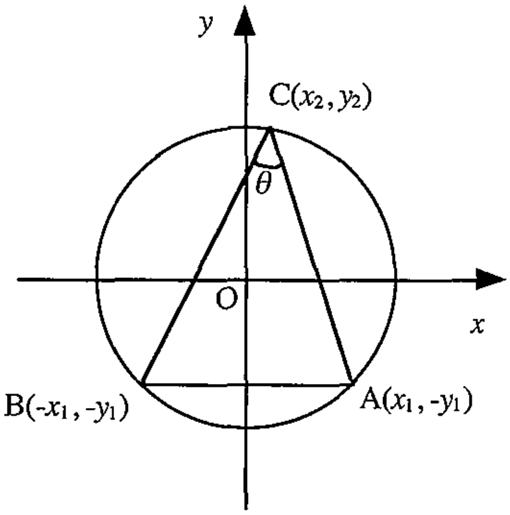
$\boxed{3}$ 原点 O を中心とする半径 r の円周上に頂点を持つ △ABC について以下の問いに答えよ．ここで，頂点 A，頂点 B，頂点 C の座標をそれぞれ $(x_1,\ -y_1)$，$(-x_1,\ -y_1)$，$(x_2,\ y_2)$ とする（下図参照）．ただし，$x_1+x_2 \neq 0$ および x_1, y_1, y_2 の値は正とする．

（1）頂点 B と頂点 C を結ぶ直線の方程式を求めよ．

（2）頂点 A と（1）で求めた直線との距離 d を求め，d を r と頂点の座標を用いて表せ．

（3）∠ACB を θ とするとき，r，$\sin\theta$，x_1 の間に成立する関係式を求めよ．

（4）頂点 A と頂点 B を固定したとき，△ABC の面積 S の最大値を r と θ を用いて表せ．



$\boxed{4}$ 曲線 $y = x(x-3)^2$ と直線 $y = a^2x$ が，原点 O，点 P_1，および 点 P_2 で交わっている． ここで，線分 OP_1 と線分 P_1P_2 の長さは等しいものとする．曲線と直線で囲まれた図形の面積を S_1，S_2 とし，曲線と直線および x 軸で囲まれた図形の面積を S_3 とする（下図参照）．このとき，以下の問いに答えよ．ただし，$a>0$ とする．

（1）点 P_2 の x 座標を a を用いて表せ．

（2）a の値を求めよ．

（3）$\dfrac{S_1}{S_2}$ の値を求めよ．

（4）S_3 の値を求めよ．