

平成29年度第三年次編入学試験(一般選抜)

数 学

1 次の問いに答えよ。

(1) 極限値 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x-1} \right)^{\sqrt{x^2-1}}$ を求めよ。

(2) 実数 p, q は、 $p > 1, \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$ を満たすとする。このとき、 $a \geq 0, b \geq 0$ を満たすすべての実数 a, b に対して、不等式

$$ab \leq \frac{a^p}{p} + \frac{b^q}{q}$$

が成り立つことを示せ。

2 次の問いに答えよ。

(1) 不定積分 $\int \frac{dx}{x^2-x+1}$ を求めよ。

(2) 等式 $\frac{1}{x^3+1} = \frac{a}{x+1} + \frac{bx+c}{x^2-x+1}$ が x についての恒等式となるように、定数 a, b, c の値を定めよ。

(3) 広義積分 $\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^3+1}$ の値を求めよ。

3 行列 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & a \\ -1 & 0 & 1 & b \\ -1 & -1 & 0 & 1 \\ -a & -b & -1 & 0 \end{pmatrix}$ について、次の問いに答えよ。ただし、 a, b は実数とする。

(1) A の行列式を計算せよ。

(2) A が逆行列をもつための条件を a と b を用いて表せ。

(3) a と b が (2) の条件を満たすとき、 A の逆行列を求めよ。

4 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & -2a & -2 \\ 2 & 2 & 4 \\ -2 & a & -2 \end{pmatrix}$ について、次の問いに答えよ。ただし、 a は実数とする。

(1) A の固有値を求めよ。

(2) A の最大の固有値に属する固有ベクトルを求めよ。