

数 学

受験 番号								得点	
----------	--	--	--	--	--	--	--	----	--

- 1 (1) 座標空間において, 3 点 $A(2, -1, 3)$, $B(1, 1, 2)$, $C(4, 1, -1)$ を通る平面が x 軸と交わる点の座標を求めよ。

(2) $0 \leq x < 2\pi$ のとき, 方程式 $1 - \cos^2 x = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x$ を解け。

(3) 方程式 $3(4^x + 4^{-x}) - 13(2^x + 2^{-x}) + 16 = 0$ を解け。

受験 番号									
----------	--	--	--	--	--	--	--	--	--

得点	
----	--

2 点 P は正三角形 ABC の辺に沿って頂点を移動できる。このとき、次の操作を考える。

(操作) 2 枚の硬貨を同時に投げる。表が 2 枚出れば、点 P は時計回りに隣の頂点に動く。表が 1 枚だけ出れば、点 P は反時計回りに隣の頂点に動く。表が出なければ、点 P は動かない。

この操作を続けて行うとき、次の問いに答えよ。ただし、点 P ははじめに頂点 A にあるとする。

(1) 2 回目の操作終了時に、点 P が頂点 A にある確率を求めよ。

(2) 4 回目の操作終了時に、点 P が頂点 A にある確率を求めよ。

受 験 番 号									
------------	--	--	--	--	--	--	--	--	--

得点	
----	--

3 a は実数とする。 x についての 2 次方程式 $x^2 + 2ax + 3a^2 - 2a - 4 = 0$ の 2 つの解を α, β とするとき、次の問いに答えよ。
ただし、重解をもつときは $\alpha = \beta$ とする。

(1) α, β がともに実数になるような a の値の範囲を求めよ。

(2) a が(1)で求めた範囲にあるとき、 $\alpha^3 + \beta^3$ の最大値を求めよ。

受験 番号									
----------	--	--	--	--	--	--	--	--	--

得点	
----	--

4 次の問いに答えよ。

(1) $a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} x \sin nx \, dx$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) とおくと、無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ は収束し、その和は $\frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} x^2 \, dx$ であることが知ら

れている。これを用いて、無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ の和を求めよ。

(2) 等式 $\frac{1}{x^2(x+1)} = \frac{a}{x} + \frac{b}{x^2} + \frac{c}{x+1}$ が x についての恒等式となるように、定数 a, b, c の値を定めよ。

(3) 無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2(n+1)}$ の収束、発散について調べ、収束するときはその和を求めよ。

▼出題意図

□問題 1

独立した小問により，基礎事項に関する知識，理解，技能の定着度をみる。

- (1) 空間ベクトルの図形の考察への応用
- (2) 三角関数を含む方程式の解法
- (3) 指数関数を含む方程式の解法

□問題 2

起こり得るあらゆる場合を順序良く整理し，もれや重複のないようにして場合の数を求め，確率を計算する技能をみる。

□問題 3 :

2次方程式の解と係数の関係を題材にして，判別式や2次不等式の解法の理解度をみる。また，3次関数の最大値を求める技能の定着状況をみる。

□問題 4 :

三角関数に関する定積分を，部分積分法を用いて正しく計算できるかをみる。また，無限級数の収束，発散の定義の理解度と，収束する場合にその和を求める技法の習熟度をはかる。