

平成27年度第三年次編入学試験(一般選抜)

数 学

1 次の極限を調べ、それが存在する場合は極限值を求め、存在しない場合はその理由を述べよ。

$$(1) \lim_{(x,y) \rightarrow (1,\pi)} \frac{\cos xy}{x^2 + y^2 - 2}$$

$$(2) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2 + y^4}$$

$$(3) \lim_{(x,y) \rightarrow (1,1)} \frac{(x-1)^3 + y^3 - 1}{(x^2 - 1)^3 - y + 1}$$

2 次の問いに答えよ。

(1) $t = \tan \theta$ のとき、 $\sin 2\theta$ を t を用いて表せ。

(2) $t = \tan \theta$ と置換して、不定積分 $\int \frac{d\theta}{1 + \sin 2\theta}$ を求めよ。

(3) 2重積分 $I = \iint_D \frac{dxdy}{x^2 + 2xy + y^2}$ の値を求めよ。ただし、 $D = \{(x,y) \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0, y \geq 0\}$ とする。

3 次の行列式に関する等式を示せ。

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ a & b & c & d \\ a^2 & b^2 & c^2 & d^2 \\ a^3 & b^3 & c^3 & d^3 \end{vmatrix} = (b-a)(c-a)(d-a)(c-b)(d-b)(d-c)$$

4 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -a & a & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ について、次の問いに答えよ。ただし、 a は実数とする。

(1) A が固有値 1 と、それとは異なる実数の固有値をもつための a の条件を求めよ。

(2) 固有値 1 に属する固有ベクトルを 1 つ求めよ。