解答例

3.3 節の節末問題

1.　帰無仮説 H_0 と対立仮説 H_1 を

$$\mathrm{H}_0\colon \mu = 62.7, \quad \mathrm{H}_1\colon \mu \neq 62.7$$

と設定して，有意水準 $\alpha = 0.05$ で両側検定する．棄却域は

$$|z| \geqq z(0.025) = 1.9600$$

である．標本平均 $\overline{X}$ の実現値は 60.5 なので，検定統計量 Z の実現値は

$$z = \frac{60.5 - 62.7}{9.6/6} = -1.375$$

となり，棄却域に入らない．よって，この地区の成人男性の平均体重は全国平均と異なるとはいえない．

2.　帰無仮説 H_0 と対立仮説 H_1 を

$$\mathrm{H}_0\colon \mu = 250, \quad \mathrm{H}_1\colon \mu < 250$$

と設定して，有意水準 $\alpha = 0.01$ で左側検定する．棄却域は

$$z \leqq -z(0.01) = -2.3263$$

である．標本平均 $\overline{X}$ の実現値は 247.5 なので，検定統計量 Z の実現値は

$$z = \frac{247.5 - 250}{3.2/\sqrt{10}} = -2.4705$$

となり，棄却域に入る．よって正当であるとはいえない．

3.　帰無仮説 H_0 と対立仮説 H_1 を

$$\mathrm{H}_0\colon \mu = 2000, \quad \mathrm{H}_1\colon \mu \neq 2000$$

と設定して，有意水準 $\alpha = 0.02$ で両側検定する．棄却域は

$$|z| \geqq z(0.01) = 2.3263$$

である．標本平均 $\overline{X}$ の実現値は 1960 なので，検定統計量 Z の実現値は

$$z = \frac{1960 - 2000}{120/\sqrt{150}} = -4.0825$$

となり，棄却域に入る．よって正当であるとはいえない．

4.　帰無仮説 H_0 と対立仮説 H_1 を

$$\mathrm{H}_0\colon \mu = 350, \quad \mathrm{H}_1\colon \mu < 350$$

と設定して，有意水準 $\alpha = 0.05$ で左側検定する．棄却域は

$$t \leqq -t_7(0.05) = -1.895$$

である．標本平均 $\overline{X}$ の実現値は 499.8，不変分散 U^2 の実現値は 0.669 なので，検定統計量 T の実現値は

$$t = \frac{499.8 - 500}{\sqrt{0.669}/\sqrt{8}} = -0.692$$

となり，棄却域に入らない．よって表示より少ないとはいえない．

5. 帰無仮説 H_0 と対立仮設 H_1 を

$$\mathrm{H}_0\colon \mu = 45.5, \quad \mathrm{H}_1\colon \mu > 45.5$$

と設定して，有意水準 $\alpha = 0.1$ で右側検定する．棄却域は

$$t \geqq t_9(0.1) = 1.383$$

である．標本平均 $\overline{X}$ の実現値は 55，不変分散 U^2 の実現値は 262.44 なので，検定統計量 T の実現値は

$$t = \frac{55 - 45.5}{\sqrt{262.44}/\sqrt{10}} = 1.854$$

となり，棄却域に入る．よって，全体の平均点より高いといえる．

6. 母比率を p として検定を行う．帰無仮説 H_0 と対立仮設 H_1 を

$$\mathrm{H}_0\colon p = \frac{1}{6}, \quad \mathrm{H}_1\colon p > \frac{1}{6}$$

と設定して，有意水準 $\alpha = 0.05$ で右側検定する．棄却域は

$$z \geqq z(0.05) = 1.6449$$

である．標本比率 P の実現値は 28/120，なので，検定統計量 Z の実現値は

$$z = \frac{\frac{28}{120} - \frac{1}{6}}{\sqrt{\frac{1}{6} \times \left(1 - \frac{1}{6}\right)} \Big/ \sqrt{120}} = 1.9596$$

となり，棄却域に入る．よって，異常であるといえる．

7. 母比率を p として検定を行う．帰無仮説 H_0 と対立仮設 H_1 を

$$\mathrm{H}_0\colon p = 0.426, \quad \mathrm{H}_1\colon p < 0.426$$

と設定して，有意水準 $\alpha = 0.01$ で左側検定する．棄却域は

$$z \leqq -z(0.01) = -2.3263$$

である．標本比率 P の実現値は 352/900，なので，検定統計量 Z の実現値は

$$z = \frac{\frac{352}{900} - 0.426}{\sqrt{0.426 \times (1 - 0.426)}/\sqrt{900}} = -2.1166$$

となり，棄却域に入らない．よって，下がったとはいえない．

8. 母比率を p として検定を行う．帰無仮説 H_0 と対立仮設 H_1 を

$$\mathrm{H}_0\colon p = \frac{4}{3\pi}, \quad \mathrm{H}_1\colon p \neq \frac{4}{3\pi}$$

と設定して，有意水準 $\alpha = 0.01$ で両側検定する．棄却域は

$$|z| \geqq z(0.005) = 2.5758$$

である．標本比率 P の実現値は 219/500 なので，検定統計量 Z の実現値は

$$z = \frac{\frac{219}{500} - \frac{4}{3\pi}}{\sqrt{\frac{4}{3\pi} \times \left(1 - \frac{4}{3\pi}\right)}/\sqrt{500}} = 0.6147$$

となり，棄却域に入らない．よって，交差する確率は $4/(3\pi)$ と等しいといえる．

9.　帰無仮説 H_0 と対立仮設 H_1 を

$$\mathrm{H}_0 \colon \sigma^2 = 15^2 \quad \mathrm{H}_1 \colon \sigma^2 < 15^2$$

と設定して，有意水準 $\alpha = 0.05$ で左側検定する．棄却域は

$$\chi^2 \leqq \chi_8^2(1 - 0.05) = 2.733$$

である．標本分散 S^2 の実現値は 48.44，なので，検定統計量 χ^2 の実現値は

$$\chi^2 = \frac{9 \times 48.44}{15^2} = 1.938$$

となり，棄却域に入る．よって，ばらつきが小さくなったといえる．

10.　帰無仮説 H_0 と対立仮設 H_1 を

$$\mathrm{H}_0 \colon \sigma^2 = 1.5^2 \quad \mathrm{H}_1 \colon \sigma^2 < 1.5^2$$

と設定して，有意水準 $\alpha = 0.01$ で左側検定する．棄却域は

$$\chi^2 \leqq \chi_{19}^2(1 - 0.01) = 7.633$$

である．標本分散 S^2 の実現値は 1.3^2 なので，検定統計量 χ^2 の実現値は

$$\chi^2 = \frac{20 \times 1.3^2}{1.5^2} = 15.022$$

となり，棄却域に入らない．よって，ばらつきが小さくなったとはいえない．