解答例

3.2 節の節末問題

1.　公式 1 を用いる．$\alpha = 0.01$ より $z(\alpha/2) = z(0.005) = 2.5758$．また，$n = 100$，$\bar{x} = 170.2$，$\sigma = 5$ より，99%信頼区間は

$$170.2 - \frac{5}{10} \times 2.5758 \leqq \mu \leqq 170.2 + \frac{5}{10} \times 2.5758 \qquad \therefore \quad 68.9 \leqq \mu \leqq 171.5$$

である．

2.　公式 1 を用いる．$\alpha = 0.05$ より $z(\alpha/2) = z(0.025) = 1.96$．また，$n = 320$，$\bar{x} = 2020$，$\sigma = 160$ より，95%信頼区間は

$$2020 - \frac{160}{\sqrt{320}} \times 1.96 \leqq \mu \leqq 2020 + \frac{160}{\sqrt{320}} \times 1.96 \qquad \therefore \quad 2002 \leqq \mu \leqq 2038$$

である．

3.　公式 1 を用いる．$\alpha = 0.1$ より $z(\alpha/2) = z(0.05) = 1.6449$．また，$n = 70$，$\bar{x} = 57$，$\sigma = 20$ より，90%信頼区間は

$$57 - \frac{20}{\sqrt{70}} \times 1.6449 \leqq \mu \leqq 57 + \frac{20}{\sqrt{70}} \times 1.6449 \qquad \therefore \quad 53 \leqq \mu \leqq 61$$

である．

4.　公式 1 より，95%信頼区間の幅が 2cm 以下になるためには，

$$2\sigma \cdot \frac{z(0.025)}{\sqrt{n}} \leqq 2$$

であればよい．$\sigma = 6$，$z(0.025) = 1.96$ より，

$$\sqrt{n} \geqq 6 \times 1.96 = 11.76 \qquad \therefore \quad n \geqq 138.29$$

となり，139 人測定すればよい．

5.　公式 1 より，99%信頼区間の幅が 20 時間以下になるためには，

$$2\sigma \cdot \frac{z(0.005)}{\sqrt{n}} \leqq 20$$

であればよい．$\sigma = 120$，$z(0.005) = 2.5758$ より，

$$\sqrt{n} \geqq \frac{120 \times 2.5758}{10} = 30.91 \qquad \therefore \quad n \geqq 955.4$$

となり，956 個測定すればよい．

6.　平均値の信頼区間については公式 2 を用いる．$\alpha = 0.1$，$n = 8$，$\bar{x} = 350.5$，$u^2 = 0.8057$，$u = 0.898$，$t_7(0.1) = 1.895$ より，平均値の 90%信頼区間は

$$350.5 - \frac{0.898}{\sqrt{8}} \times 1.895 \leqq \mu \leqq 350.5 + \frac{0.898}{\sqrt{8}} \times 1.895 \qquad \therefore \quad 349.8 \leqq \mu \leqq 351.2$$

である．分散の信頼区間については公式 5 を用いる．$\chi_7^2(0.05) = 14.07$，$\chi_7^2(0.95) = 2.167$ より，分散の 90%信頼区間は

$$\frac{7 \times 0.8057}{14.07} \leqq \sigma^2 \leqq \frac{7 \times 0.8057}{2.167} \qquad \therefore \quad 0.40 \leqq \sigma^2 \leqq 2.61$$

である．

7.　平均値の信頼区間については公式 2 を用いる．$\alpha = 0.05$，$n = 10$，$\bar{x} = 62.4$，$u^2 = 37.6178$，$u = 6.133$，$t_9(0.05) = 2.262$ より，平均値の 95%信頼区間は

$$62.4 - \frac{6.133}{\sqrt{10}} \times 2.262 \leqq \mu \leqq 62.4 + \frac{6.133}{\sqrt{10}} \times 2.262 \qquad \therefore \quad 58.0 \leqq \mu \leqq 66.8$$

である．分散の信頼区間については公式 5 を用いる．$\chi_9^2(0.025) = 19.02$，$\chi_9^2(0.975) = 2.7$ より，分散の 95%信頼区間は

$$\frac{9 \times 37.6178}{19.02} \leqq \sigma^2 \leqq \frac{9 \times 37.6178}{2.7} \qquad \therefore 17.8 \leqq \sigma^2 \leqq 125.4$$

である．

8.　公式 3 を用いる．$n = 400$，$\alpha = 0.01$，$\bar{x} = 360$，$u = 5.005$，$z(\alpha/2) = 2.5758$ より，99%信頼区間は

$$360 - \frac{5.005}{20} \times 2.5758 \leqq \mu \leqq 360 + \frac{5.005}{20} \times 2.5758 \qquad \therefore \quad 359.3 \leqq \mu \leqq 360.7$$

である．

9.　公式 3 を用いる．$n = 150$，$\alpha = 0.02$，$\bar{x} = 123.2$，$u = 2.71$，$z(\alpha/2) = 2.3263$ より，98%信頼区間は

$$123.2 - \frac{2.71}{\sqrt{150}} \times 2.3263 \leqq \mu \leqq 123.2 + \frac{2.71}{\sqrt{150}} \times 2.3263$$

$$\therefore \quad 122.6 \leqq \mu \leqq 123.8$$

である．

10.　公式 4 を用いる．$p_0 = 0.612$，$n = 1000$，$\alpha = 0.2$，$z(\alpha/2) = 1.2816$ より，80%信頼区間は

$$0.612 - \sqrt{\frac{0.612 \times (1 - 0.612)}{1000}} \times 1.2816 \leqq \mu \leqq 0.612 + \sqrt{\frac{0.612 \times (1 - 0.612)}{1000}} \times 1.2816$$

$$\therefore \quad 0.592 \leqq \mu \leqq 0.632$$

である．

11.　公式 4 を用いる．$p_0 = 0.4288$，$n = 800$，$\alpha = 0.05$，$z(\alpha/2) = 1.96$ より，95%信頼区間は

$$0.42875 - \sqrt{\frac{0.42875 \times (1 - 0.42875)}{800}} \times 1.96$$
$$\leqq \mu \leqq 0.42875 + \sqrt{\frac{0.42875 \times (1 - 0.42875)}{800}} \times 1.96$$

$$\therefore \quad 0.394 \leqq \mu \leqq 0.463$$

である．