

確率・統計 令和7年度後期 期末試験

注意：解答の順番は問わないが、どの問題の解答か分かるように書くこと。また、解答の書き方（文字や説明の丁寧さ）により、記載の配点とは別に、最大で10点の加点をすることがある。

1. ある自動車メーカーでは、エンジンの部品をA社、B社、C社の3つの会社からそれぞれ30%、30%、40%の割合で仕入れているが、この部品の不良率はそれぞれ2%、3%、2%である。仕入れた部品の中から無作為に1つ取り出したとき、それが不良品であった。この不良品がC社のものである確率を求めよ。(10点)
2. 2枚の硬貨を同時に投げるとき、表の出る枚数 X の確率分布表を求めよ。(10点)
3. 連続型確率変数 X と Y の同時確率密度関数が

$$p(x, y) = \begin{cases} x + y & (0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1) \\ 0 & \text{その他} \end{cases}$$

で与えられているとき、次の問いに答えよ。(20点)

- (1) X の周辺確率密度関数 $p_1(x)$ を求めよ。
 - (2) X の期待値と分散を求めよ。
 - (3) X と Y の共分散と相関係数を求めよ。
4. 赤玉5個、白玉5個が入っている袋から玉を1個取り出して、その色を見てから袋に戻す試行を500回繰り返すとき、赤玉が出る回数が240回以上260回以下となる確率を、二項分布の正規近似を用いて求めよ。(15点)
 5. ある湖の水質を調査するために、湖のある地点でpH（水素イオン指数）を7回測定したところ、次のデータを得た。このとき、以下の問いに答えよ。

7.3 8.3 7.6 7.8 8.0 7.9 7.7

- (1) 与えられたデータの標本平均 \bar{x} と不変分散 u^2 を求めよ。(6点)
 - (2) この湖のpHは正規分布に従うと仮定して、測定地点におけるpHの平均値の95%信頼区間を求めよ。(12点)
6. ある地点で微小粒子状物質(PM2.5)の濃度 $[\mu\text{g}/\text{m}^3]$ を8回測定したところ、その標本平均は20.5、不変分散は3.84であった。PM2.5の濃度は正規分布に従うと仮定して、この地点のPM2.5の濃度の標準偏差の95%信頼区間を求めよ。(12点)
 7. ある輸入車の従来型の燃費は平均が18.2km/L、標準偏差が1.8km/Lの正規分布に従っている。モデルチェンジで新しいエンジンを搭載した車から無作為に10台選んで燃費を測定したところ、その平均は19.5km/Lであった。モデルチェンジした車の燃費は従来型より向上したといえるか。有意水準5%で右側検定せよ。(15点)