

## 確率・統計 令和4年度後期 期末試験

注意：解答の順番は問わないが、どの問題の解答か分かるように書くこと。また、解答の書き方（文字や説明の丁寧さ）により、記載の配点とは別に、最大で10点の加点をすることがある。試験問題に関する質問は受け付けないので、問題に疑義がある場合は解答用紙に記入すること。

1. 52枚のトランプから1枚のカードを引く。事象Aを「ハートを引く」、事象Bを「エースを引く」とするとき、事象AとBが独立であるか調べよ。(10点)
2. ある自動車メーカーでは、エンジンの部品をA社、B社、C社の3つの会社からそれぞれ30%、30%、40%の割合で仕入れているが、この部品の不良率はそれぞれ2%、3%、2%である。仕入れた部品の中から無作為に一つ取り出したとき、それが不良品であった。この不良品がC社のものである確率を求めよ。(10点)
3. さいころを150回投げるとき、1の目が出る回数が30回以上35回以下である確率を二項分布の正規近似を用いて求めよ。(15点)
4. 連続型確率変数 $X, Y$ の同時確率密度関数が

$$p(x, y) = \begin{cases} x + y & (0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1) \\ 0 & \text{その他} \end{cases}$$

で与えられているとき、次の問いに答えよ。(20点)

- (1) 周辺確率密度関数 $p_1(x)$ を求めよ。
  - (2)  $X$ の期待値と分散を求めよ。
  - (3) 共分散 $\gamma(X, Y)$ と、相関係数 $\rho(X, Y)$ を求めよ。
5. ある工場で生産される部品から10個の部品を無作為に抽出して重量[g]を測ったところ、その平均は4.83gであった。この工場で生産される部品の平均重量の95%信頼区間を求めよ。ただし、長年のデータの蓄積により、この部品の重量は標準偏差0.35gの正規分布に従うことがわかっているとす。(15点)
  6. ある地点で微小粒子状物質(PM2.5)の濃度 $[\mu\text{g}/\text{m}^3]$ を測定して、次のデータを得た。

20.5 22.3 21.4 18.3 19.8 23.4 20.8 17.5

PM2.5の濃度は正規分布に従うと仮定して、この地点のPM2.5の濃度の標準偏差の95%信頼区間を求めよ。(15点)

7. ある会社では直径4mmのボルトを販売している。この会社のボルトの購入者から、ボルトの直径が4mmより大きいのではないかとの苦情がきた。そこで会社では在庫の中から無作為に8本のボルトを抽出して直径を測定したところ、その平均は4.04875mm、不偏分散は0.00833であった。この会社が販売しているボルトの直径は4mmより大きいといえるか。有意水準5%で検定せよ。ただし、ボルトの直径は正規分布に従っているとす。(15点)

## 確率・統計 公式等

$$\text{公式 1: } \bar{x} - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \cdot z(\alpha/2) \leq \mu \leq \bar{x} + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \cdot z(\alpha/2)$$

$$\text{公式 2: } \bar{x} - \frac{u}{\sqrt{n}} \cdot t_{n-1}(\alpha/2) \leq \mu \leq \bar{x} + \frac{u}{\sqrt{n}} \cdot t_{n-1}(\alpha/2)$$

$$\text{公式 3: } \bar{x} - \frac{u}{\sqrt{n}} \cdot z(\alpha/2) \leq \mu \leq \bar{x} + \frac{u}{\sqrt{n}} \cdot z(\alpha/2)$$

$$\text{公式 4: } p_0 - \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}} \cdot z(\alpha/2) \leq p \leq p_0 + \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}} \cdot z(\alpha/2)$$

$$\text{公式 5: } \frac{(n-1)u^2}{\chi_{n-1}^2(\alpha/2)} \leq \sigma^2 \leq \frac{(n-1)u^2}{\chi_{n-1}^2(1-\alpha/2)}$$

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \quad T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{U/\sqrt{n}} \quad Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{u/\sqrt{n}}$$

$$Z = \frac{P - p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)/n}} \quad \chi^2 = \frac{nS^2}{\sigma_0^2} = \frac{(n-1)U^2}{\sigma_0^2}$$