解答例

1. 事象 A, B, C をそれぞれとり出した部品が A, B, C 社のもの、とし、

事象 D をとり出した部品が不良品とする。ベイズの定理より

$$P(C|D) = \frac{P(D|C)P(C)}{P(D|A)\cdot P(A) + P(D|B)\cdot P(B) + P(D|C)PC}$$

$$= \frac{0.02\cdot 0.4}{0.02\cdot 0.3 + 0.03\cdot 0.3 + 0.02\cdot 0.4} = \frac{8}{23}$$

2. $P(-2 \leq X \leq 2) = \int_{-2}^{2} p(x)\,dx = \int_0^2 3e^{-3x}\,dx$

$$= \left[-e^{-3x}\right]_0^2 = 1 - e^{-6}$$

3 (1) 周辺確率分布は

Y \ X	0	2	
0	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$
2	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$
	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$	

となる

(2) $E(X) = 0\cdot\frac{2}{5} + 2\cdot\frac{3}{5} = \frac{6}{5}$

$E(X^2) = 0^2\cdot\frac{2}{5} + 2^2\cdot\frac{3}{5} = \frac{12}{5}$

$V(X) = E(X^2) - E(X)^2 = \frac{12}{5} - \frac{36}{25} = \frac{24}{25}$

(3) $E(XY) = 0\cdot 0\cdot \frac{1}{5} + 0\cdot 2\cdot \frac{1}{5} + 2\cdot 0\cdot \frac{1}{5} + 2\cdot 2\cdot \frac{2}{5} = \frac{8}{5}$

XとYの確率分布が同じなので、$E(X)=E(Y)$, $V(X)=V(Y)$である。

$\therefore\ \gamma(X, Y) = E(XY) - E(X)\cdot E(Y) = \frac{8}{5} - \left(\frac{6}{5}\right)^2 = \frac{4}{25}$

$\rho(X, Y) = \frac{\gamma(X, Y)}{\sigma(X)\cdot\sigma(Y)} = \frac{\frac{4}{25}}{\frac{24}{25}} = \frac{1}{6}$ である。

4. Xを1の目が出る回数とすると、Xは$B(150, \frac{1}{6})$に従う。

$E(X) = 150\cdot\frac{1}{6} = 25$, $V(X) = 150\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{5}{6} = \frac{125}{6}$ より

$Z = \frac{X-25}{\sqrt{\frac{125}{6}}} = \frac{\sqrt{6}}{5\sqrt{5}}(X-25)$ はほぼ$N(0, 1)$に従い、

$P(30 \leq X \leq 35) = P\left(\frac{\sqrt{6}}{5\sqrt{5}}(30-25) \leq \frac{\sqrt{6}}{5\sqrt{5}}(X-25) \leq \frac{\sqrt{6}}{5\sqrt{5}}(35-25)\right)$

$= P\left(\frac{\sqrt{6}}{5\sqrt{5}}(29.5-25) \leq Z \leq \frac{\sqrt{6}}{5\sqrt{5}}(35.5-25)\right)$

$= P(0.99 \leq Z \leq 2.30) = \Phi(2.30) - \Phi(0.99)$

$= 0.4893 - 0.3389 = 0.1504$ となる。

5. (1) $\bar{x} = \frac{1}{7}(7.3+8.3+7.6+7.8+8.0+7.9+7.7) = 7.8$

$u^2 = \frac{1}{6}\sum_{i=1}^{7}(x_i - 7.8)^2 = \frac{1}{6}(0.25+0.25+0.04+0+0.04+0.01+0.01)$

$= 0.1$.

(2) $t_6(\frac{0.05}{2}) = t_6(0.025) = 2.447$ と公式2より. 95%信頼区間は

$7.8 - \frac{\sqrt{0.1}}{\sqrt{7}} \cdot 2.447 \leq \mu \leq 7.8 + \frac{\sqrt{0.1}}{\sqrt{7}} 2.447$. より

$7.5 \leq \mu \leq 8.1$ である

6. 公式5を用いる. $\chi_9^2(\frac{0.01}{2}) = 23.59$, $\chi_9^2(1-\frac{0.01}{2}) = 1.735$より

99%信頼区間は.

σを求めるのが正解ですが σ²でもマルにしました.

$\frac{9 \cdot 1.58}{23.59} \leq \sigma^2 \leq \frac{9 \cdot 1.58}{1.735}$ より $0.602 \leq \sigma^2 \leq 8.196$

$\therefore 0.77 \leq \sigma \leq 2.87$

7. $H_0 : \mu = 18.2$, $H_1 : \mu > 18.2$ とする.

有意水準1%より棄却域は $z(0.01) = 2.3263$ より

$z \geq 2.3263$ である

zの実現値は

$$z = \frac{19.5-18.2}{\frac{1.8}{\sqrt{10}}} = 2.284$$ で棄却域に入らない.

∴有意水準1%でH_0が採択される.つまり燃費は向上したといえない.