

## 解答例

1. 事象 A, B, C をそれぞれとり出した部品が, A, B, C 社のものである.

事象 E をとり出した部品が不良品とする. ベイズの定理より,

$$\begin{aligned} P(C|E) &= \frac{P(E|C)P(C)}{P(E|A) \cdot P(A) + P(E|B) \cdot P(B) + P(E|C) \cdot P(C)} \\ &= \frac{0.02 \times 0.4}{0.02 \times 0.3 + 0.03 \times 0.3 + 0.02 \times 0.4} = \frac{8}{23} \end{aligned}$$

2.  $Z = \frac{X-5}{\sqrt{17}}$  は  $N(0,1)$  に従い.

$$0.585 = P(X \leq k) = P\left(Z \leq \frac{k-5}{\sqrt{17}}\right) > 0.5 \quad \text{より}$$

$$\frac{k-5}{\sqrt{17}} > 0 \quad \text{である.} \quad \therefore$$

$$P\left(0 \leq Z \leq \frac{k-5}{\sqrt{17}}\right) = 0.085 \quad \text{より}$$

$$\frac{k-5}{\sqrt{17}} = 0.2147. \quad \therefore k = 5.885 \quad \text{となる.}$$

$$3. P(X \geq 1) = \int_1^{\infty} e^{-x} dx = [-e^{-x}]_1^{\infty} = e^{-1} \quad \text{である}$$

4. (1) 周辺確率は

$Y \backslash X$	0	2	
0	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$
2	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$
	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$	

である

$$(2) E(X) = 0 \cdot \frac{2}{5} + 2 \cdot \frac{3}{5} = \frac{6}{5}$$

$$E(X^2) = 0^2 \cdot \frac{2}{5} + 2^2 \cdot \frac{3}{5} = \frac{12}{5}$$

$$V(X) = E(X^2) - E(X)^2 = \frac{12}{5} - \frac{36}{25} = \frac{24}{25} \quad \text{である}$$

$$(3) E(XY) = 0 \cdot 0 \cdot \frac{1}{5} + 0 \cdot 2 \cdot \frac{1}{5} + 2 \cdot 0 \cdot \frac{1}{5} + 2 \cdot 2 \cdot \frac{2}{5} = \frac{8}{5}$$

確率分布が同じなので、 $E(X) = E(Y)$ 、 $V(X) = V(Y)$  より

$$\gamma(XY) = E(XY) - E(X)E(Y) = \frac{8}{5} - \frac{36}{25} = \frac{4}{25}$$

$$\rho(XY) = \frac{\gamma(XY)}{\sqrt{V(X)V(Y)}} = \frac{\frac{4}{25}}{\frac{24}{25}} = \frac{1}{6} \quad \text{である}$$

$$5. Z\left(\frac{0.05}{2}\right) = Z(0.025) = 1.96 \quad \text{より 公式 1 を使えば}$$

$$95\% \text{ 信頼区間は } 4.83 - \frac{0.35}{\sqrt{10}} \cdot 1.96 \leq \mu \leq 4.83 + \frac{0.35}{\sqrt{10}} \cdot 1.96$$

$$\therefore 4.61 \leq \mu \leq 5.05 \quad \text{となる}$$

6. 公式5を用いる.  $\chi^2_9(\frac{0.01}{2}) = 23.59$ ,  $\chi^2_9(1 - \frac{0.01}{2}) = 1.735$  ♪)

99%信頼区間は.

$$\frac{9 \times 1.58}{23.59} \leq \sigma^2 \leq \frac{9 \times 1.58}{1.735} \quad \text{♪)}$$

$$0.77 \leq \sigma \leq 2.87 \quad \text{となる}$$

7.  $H_0: \mu = 4$ ,  $H_1: \mu > 4$ . とし T検定をする.

棄却域は.  $t_7(0.05) = 1.895$  ♪)  $t \geq 1.895$  である.

調べると.  $\bar{x} = 4.04875$ .

$$\begin{aligned} s^2 &= \frac{1}{7} (0.00508 + 0.01025 + 0.00473 + 0.02520 \\ &\quad + 0.00000 + 0.00660 + 0.00473 + 0.00170) \\ &= 0.00833 \quad \text{♪)}$$

$$t = \frac{4.04875 - 4}{\sqrt{\frac{0.00833}{8}}} = 1.511.$$

∴ 棄却域に入らないので  $H_0$  が採択される. つまり大きいとはいえない //