

確率・統計 解答例

1. 事象 A, B, C をそれぞれ取り出した部品が A, B, C 社製
とし、事象 D を取り出した部品が不良とすると

$$\begin{aligned} P(A|D) &= \frac{P(D|A) \cdot P(A)}{P(D|A) \cdot P(A) + P(D|B) \cdot P(B) + P(D|C) \cdot P(C)} \\ &= \frac{0.2 \times 0.04}{0.2 \times 0.04 + 0.3 \times 0.03 + 0.5 \times 0.01} \\ &= \frac{8}{8+9+5} = \frac{4}{11} \end{aligned}$$

2. 確率分布は、

X	1	2	3	4	5	6	∫'
確率	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	

$$E(X) = \frac{1}{6} (1 + \dots + 6) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 7 = \frac{7}{2}$$

$$\begin{aligned} V(X) &= E(X^2) - E(X)^2 = \frac{1}{6} (1^2 + \dots + 6^2) - \frac{49}{4} \\ &= \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot 6 \cdot 7 \cdot 13 - \frac{49}{4} = \frac{182}{12} - \frac{147}{12} = \frac{35}{12} \end{aligned}$$

3. $Z = \frac{X-2}{\sqrt{10}}$ は $N(0,1)$ に従い、

$$P(3 \leq X \leq 4) = P\left(\frac{1}{\sqrt{10}} \leq Z \leq \frac{2}{\sqrt{10}}\right)$$

$$= P(0.32 \leq Z \leq 0.63) = 0.2357 - 0.1255 = 0.1102$$

$$4. P_1(x) = \int_{-\infty}^{\infty} p(x, y) dy = \int_1^2 -\frac{x}{5} + \frac{y}{3} dy = -\frac{x}{5} + \frac{1}{2} \quad (-3 \leq x \leq -2)$$

$$P_1(x) = 0 \quad (\text{その他})$$

$$P_2(y) = \int_{-\infty}^{\infty} p(x, y) dx = \int_{-3}^{-2} -\frac{x}{5} + \frac{y}{3} dx$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{y}{3} \quad (1 \leq y \leq 2)$$

$$P_2(y) = 0 \quad (\text{その他})$$

∴ $p(x, y) \neq P_1(x) \cdot P_2(y)$ なので、 X と Y は独立でない。

5. $z\left(\frac{\alpha}{2}\right) = z(0.025) = 1.96$ である。また。

$$u^2 = \frac{50}{49} (11.5)^2 = (11.62)^2 \text{ より } 95\% \text{ 信頼区間は}$$

$$68.7 - \frac{11.62}{\sqrt{50}} \cdot 1.96 \leq \mu \leq 68.7 + \frac{11.62}{\sqrt{50}} \cdot 1.96$$

$$65.4 \leq \mu \leq 72.0 \quad \text{である}$$

6. $H_0: \mu = 4.00$, $H_1: \mu > 4.00$ とする.

有意水準5%で右側検定すると棄却域は

$$t \geq t_{\alpha}(0.05) = 1.895 \text{ である.}$$

計算すると $\bar{x} = 4.04875$, $u = 0.00833$ より

$$t = \frac{4.04875 - 4}{\sqrt{0.00833} / \sqrt{8}} = 1.511 \text{ が実現値となる}$$

この値は棄却域に入らないため、 H_0 が採択される。

すなわち、4mmより大きいとはいえない

7. $H_0: \sigma^2 = (0.32)^2$, $H_1: \sigma^2 \neq (0.32)^2$ とする.

有意水準10%で両側検定すると棄却域は.

$$\chi^2 \leq \chi_{11}^2(0.95) = 4.575 \quad \chi^2 \geq \chi_{11}^2(0.05) = 19.68 \text{ である}$$

$$\text{ここで } \chi^2 = \frac{12 \cdot (0.42)^2}{(0.32)^2} = 20.67 \text{ が実現値となる.}$$

∴ H_0 は棄却される。つまり変化したといえる。