

線形代数学II 令和2年度前期 期末試験問題

注意：解答の順番は問わないが，どの問題を解いているか分かるように書くこと。

- ・解答の書き方により，記載の配点とは別に，最大で10点の加点をすることがある。
- ・質問は受け付けない．問題に疑義がある場合は，授業で説明した通りにすること。
- ・解答用紙の2枚目は渡しません（破損などは除く）．1枚の中に収めるようにしてください．（解答スペースにはあまり余裕がありません．節約して使ってください．）

1. 次の \mathbb{C}^3 のベクトルの組が基底であることを示せ．(20点)

$$v_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, v_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}, v_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

2. \mathbb{C}^3 の基底

$$u_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, u_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}, u_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

から，基本ベクトルのなす基底 $\{e_1, e_2, e_3\}$ への基底の変換行列 P を求めよ．(20点)

3. 次の行列 A, B, C のうち，2つが対角化可能で，1つが対角化可能ではない．対角化可能ではない行列がどれか，理由もつけて答えよ．ただし，「 A, B, C のうち，2つが対角化可能で，1つが対角化可能ではない」という事実を解答の中で使ってよいこととする．(20点)

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 \\ 1 & -3 & 1 \\ 0 & -2 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

4. 次の行列 D を以下の順序で対角化せよ．(40点)

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

- (1) 行列 D の固有値を求めよ．
- (2) 各固有値に属する固有空間を， $\langle v, w \rangle$ の形で表せ．
- (3) D を対角化する行列 P を求め， $P^{-1}DP$ を計算せよ．(計算過程は書かなくても良い．)