## 母分散の区間推定

正規母集団 $N(\mu, \sigma^2)$ について $\sigma^2$ を求めたい。

標本を $X_1, \cdots, X_n$ とすると、定理7より

$$\chi^2 = \frac{nS^2}{\sigma^2} = \frac{(n-1)U^2}{\sigma^2}$$ は自由度 $n-1$ の $\chi^2$ 分布に従う。

$$\therefore \quad P\left(\chi^2_{n-1}\left(1-\frac{\alpha}{2}\right) \leq \frac{(n-1)U^2}{\sigma^2} \leq \chi^2_{n-1}\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right) = 1-\alpha$$ となる。

$$\parallel$$

$$P\left(\frac{(n-1)U^2}{\chi^2_{n-1}\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \leq \sigma^2 \leq \frac{(n-1)U^2}{\chi^2_{n-1}\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)}\right)$$ となる

公式5 正規母集団 $N(\mu, \sigma^2)$ から抽出した $X_1, \cdots, X_n$ の標本分散、不偏分散の実現値を $s^2, u^2$ とするとき。

$\sigma^2$ の $1-\alpha$ 信頼区間は

$$\frac{(n-1)u^2}{\chi^2_{n-1}\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \leq \sigma^2 \leq \frac{(n-1)u^2}{\chi^2_{n-1}\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)}$$

$$\frac{ns^2}{\chi^2_{n-1}\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \leq \sigma^2 \leq \frac{ns^2}{\chi^2_{n-1}\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)}$$ である

例題16 → 問15

## §3.3 統計的仮説検定

母数に関する主張を仮説といい、その真偽を判断することを仮説検定という

例．あるコインでコイントスをしたときに表が出る確率が本当に $\frac{1}{2}$ なのかを次のように調べる．

表が出る確率を $p$ とし．2つの仮説

$H_0 : p = \frac{1}{2}$　　$H_1 : p \neq \frac{1}{2}$　　を考える

帰無仮説　　対立仮説

| $X_i$ | 0 | 1 |
|---|---|---|
| | $1-p$ | $p$ |

判断に標本調査をもちいるので．$X_1, \cdots, X_n$ を標本とする．

今回は $n = 300$ とする．

$N = \sum_{i=1}^{300} X_i$　は　$B(300, 0.5)$ に従い．

$Z = \frac{N-150}{\sqrt{75}}$　は　ほぼ $N(0,1)$ に従う．（定理6）

検定統計量

判断にはこの $Z$ を用いる．

小さな値 $\alpha$ を設定する（1%, 5%, 10% が一般的）

有意水準, 危険率

今回は 5% を用いる. $z\left(\frac{\alpha}{2}\right) = z(0.025) = 1.96$ より

$P(|Z| \geq 1.96) = 0.05$ となる

$|Z| \geq 1.96$ となるのはわずか 5% である.

そんな確率の低いことが起こるのはおかしい！

というのが検定の考え方

この $|Z| \geq 1.96$ を棄却域という.

最後に, 実際にコインを投げる.

もし表が 168 回でたとすると

$$z = \frac{168-150}{\sqrt{75}} = 2.0785$$ となり棄却域に入る.

このときは $H_0$ が棄却される.

もし、表が165回のときは、

$$z = \frac{165-150}{\sqrt{75}} = 1.7321$$ となり $H_0$ が採択される。

P値

## 両側検定と片側検定

$H_0 : \theta = \theta_0$, $H_1 : \theta > \theta_0$ を右側検定

$H_1 : \theta < \theta_0$ を左側検定

$H_1 : \theta \neq \theta_0$ を両側検定 という。

棄却域は

両側 : $|z| \geq z(\frac{\alpha}{2})$

右側 : $z \geq z(\alpha)$

左側 : $z \leq -z(\alpha)$ と設定する。

第1種、第2種の誤り : 教科書参照

母平均の検定　母分散既知のとき.

正規母集団 $N(\mu, \sigma^2)$ について. $\sigma^2$ がわかっているとき.

定数 $\mu_0$ について.

$H_0 : \mu_0 = \mu$, $H_1 : \mu_0 \neq \mu$ とする. $H_0$ が正しいとすると.

ここで大きさ $n$ の標本の標本平均 $\overline{X}$ は $N(\mu_0, \frac{\sigma^2}{n})$ に従い

$$Z = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{\sqrt{n}}{\sigma}(\overline{X} - \mu_0)$$ は $N(0, 1)$ に従う.

このとき.棄却域を $|Z| \geq z(\frac{\alpha}{2})$ と設定する

→ これを Z 検定という.

例題17 → 問17.