

母分散未知の場合

正規母集団  $N(\mu, \sigma^2)$  について、 $\bar{X}$  を標本平均とするとき

$$P(\bar{X} - \delta \leq \mu \leq \bar{X} + \delta) = 1 - \alpha \quad \text{となる } \delta \text{ を求めたい.}$$

公式1と同じ方法をとるが、今回は  $\sigma$  が未知である。

$$\therefore Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \text{ のかわりに、 } T = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{U}{\sqrt{n}}} \text{ を使う.}$$

$\leftarrow n$  は標本の大きさ

$T$  は自由度  $n-1$  の  $t$  分布に従うので定理8.

$$P(-t_{n-1}(\frac{\alpha}{2}) \leq \underbrace{\frac{\bar{X} - \mu}{\frac{U}{\sqrt{n}}}}_T \leq t_{n-1}(\frac{\alpha}{2})) = 1 - \alpha.$$

||

$$P(\bar{X} - \frac{U}{\sqrt{n}} t_{n-1}(\frac{\alpha}{2}) \leq \mu \leq \bar{X} + \frac{U}{\sqrt{n}} t_{n-1}(\frac{\alpha}{2})) \quad \text{となる.}$$

公式2. 正規母集団  $N(\mu, \sigma^2)$  において、 $\sigma^2$  が未知とする。

$\mu$  の  $1-\alpha$  信頼区間は

標本平均  
不偏分散 の実現値

$$\bar{x} - \frac{u}{\sqrt{n}} t_{n-1}(\frac{\alpha}{2}) \leq \mu \leq \bar{x} + \frac{u}{\sqrt{n}} t_{n-1}(\frac{\alpha}{2}) \quad \text{である}$$

例題 13 → 問 12.

大標本の場合.

(大標本)

標本の大きさが  $n > 30$  のときは  $\bar{X}$  はほぼ正規分布に従うので、母集団がどのようなものでも公式 1 と同様の式が適用できる。

$\sigma$  は  $u$  で代用し

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{u}{\sqrt{n}}} \quad \text{は } N(0,1) \text{ に従うとしてよい.}$$

$$P(-z(\frac{\alpha}{2}) \leq Z \leq \frac{\alpha}{2}) = 1 - \alpha$$

$$P(\bar{X} - \frac{u}{\sqrt{n}} z(\frac{\alpha}{2}) \leq \mu \leq \bar{X} - \frac{u}{\sqrt{n}} z(\frac{\alpha}{2})) \quad \text{となる}$$

公式 3. 大標本のとき母平均  $\mu$  の  $1 - \alpha$  信頼区間は.

$$\bar{x} - \frac{u}{\sqrt{n}} z(\frac{\alpha}{2}) \leq \mu \leq \bar{x} - \frac{u}{\sqrt{n}} z(\frac{\alpha}{2}) \quad \text{である}$$

例題 14 → 問 13

## 母比率の区間推定

母比率  $p$  の二項母集団から抽出した標本比率を  $P$  とする。

$n$  が十分に大なら

$$Z = \frac{P - p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}} \quad \text{は } N(0,1) \text{ に従うとしてよい。}$$

$$\therefore P\left(-z\left(\frac{\alpha}{2}\right) \leq \frac{P - p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}} \leq z\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right) = 1 - \alpha$$

||

$$P\left(p - \sqrt{\frac{n}{p(1-p)}} z\left(\frac{\alpha}{2}\right) \leq P \leq p + \sqrt{\frac{n}{p(1-p)}} z\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right) \quad \text{となる}$$

公式4. 標本比率の実現値を  $p_0$  とする。

母比率  $p$  の  $1 - \alpha$  信頼区間は。

$$p_0 - \sqrt{\frac{n}{p_0(1-p_0)}} z\left(\frac{\alpha}{2}\right) \leq p \leq p_0 + \sqrt{\frac{n}{p_0(1-p_0)}} z\left(\frac{\alpha}{2}\right) \quad \text{である}$$

例題15 → 問14.