

## 確率・統計 例題・演習問題集 その2

1. サイコロの目を  $X$ , コインの表 (0), 裏 (1) を  $Y$  とするとき, 同時確率分布と周辺確率分布を求めよ. また,  $X$  と  $Y$  が独立であるか調べよ.

2. 確率変数  $X, Y$  の同時確率密度関数が

$$p(x, y) = \begin{cases} \frac{9}{16}(x^2 - 1)(y^2 - 1) & -1 \leq x < 1, -1 \leq y < 1 \\ 0 & \text{その他} \end{cases}$$

で与えられているとき, 周辺確率密度関数  $p_1(x), p_2(y)$  を求めよ. また,  $X$  と  $Y$  が独立であるか調べよ.

3. サイコロ  $A, B$  を投げ,  $A$  の目を  $X, B$  の目を  $Y$  とするとき, 同時確率分布と周辺確率分布を求めよ. また,  $X$  と  $Y$  が独立であるか調べよ.

4. 確率変数  $X, Y$  の同時確率密度関数が

$$p(x, y) = \begin{cases} (1-x)(2-y) & 0 \leq x < 1, 0 \leq y < 2 \\ 0 & \text{その他} \end{cases}$$

で与えられているとき, 周辺確率密度関数  $p_1(x), p_2(y)$  を求めよ. また,  $X$  と  $Y$  が独立であるか調べよ.

5. 確率変数  $X, Y$  の同時確率分布が

下 $Y$ , 右 $X$	-1	0	1
0	3/20	4/20	5/20
1	4/20	3/20	1/20

で与えられているとき, 周辺確率分布を求めよ. また,  $X$  と  $Y$  が独立であるか調べよ.

6. 1本のあたりが入った  $n$  本のくじの中から  $A$  さん  $B$  さんがくじを引く.  $X$  と  $Y$  をそれぞれ  $A$  さん  $B$  さんがあたりを引くとき 1, はずれを引くとき 0 とするとき,  $\rho(X, Y)$  を計算せよ.

7. サイコロ  $A, B$  を投げ,  $A$  の目を  $X, B$  の目を  $Y$  とするとき,  $\rho(X, Y)$  を計算せよ.

8. 確率変数  $X, Y$  の同時確率分布が

下 $Y$ , 右 $X$	-1	0	1
1	3/20	4/20	5/20
0	4/20	3/20	1/20

で与えられているとき,  $\rho(X, Y)$  を計算せよ.

9. 5個のさいころを投げ, 出た目の平均を  $\bar{X}$  とするとき,  $E(\bar{X})$  と  $V(\bar{X})$  を求めよ.

10.  $X_n$  をサイコロを  $n$  個投げたときの平均値とするとき,  $V(X_n)$  が  $\frac{1}{2}$  以下になるためには,  $n$  がいくつ以上であればよいか.
11. 5 個のコインを同時に投げ, 表が出たコインの数を  $X$  とし,  $\bar{X} = X/5$  とするとき,  $E(\bar{X})$  と  $V(\bar{X})$  を求めよ.
12.  $n$  個のコインを同時に投げ, 表が出たコインの数を  $X$  とし,  $X_n = X/n$  とするとき,  $V(\bar{X})$  が  $\frac{1}{20}$  以下になるためには,  $n$  がいくつ以上であればよいか.
13. ある実験を行ったところ, その実験から得られる値  $X$  の期待値が 10, 分散が 5 であることがわかった. さて, 実験を  $n$  回行った時の平均値を  $X_n$  とするとき,  $X_n$  と期待値 10 の誤差が 1 以上になる確率が 4 % 以下になるためには  $n$  がいくつ以上であればよいか, 定理 1.7.3 を用いて求めよ.
14.  $Z$  が標準正規分布に従うとき, 次の値を求めよ.
  - (1)  $P(0 < Z < 0.86)$
  - (2)  $P(-1.05 \leq Z < 1.29)$
  - (3)  $P(0 < Z \leq z) = 0.253$  を満たす  $z$
15.  $Z$  が標準正規分布に従うとき, 次の値を求めよ.
  - (1)  $P(0 < Z < 0.53)$
  - (2)  $P(-0.25 \leq Z < 2.29)$
  - (3)  $P(0 < Z \leq z) = 0.145$  を満たす  $z$
  - (4)  $P(Z < 1)$
  - (5)  $P(Z < -1.23)$
  - (6)  $P(z < Z < 0) = 0.382$  を満たす  $z$
  - (7)  $P(z < Z) = 0.712$  を満たす  $z$
  - (8)  $P(Z < z) = 0.142$  を満たす  $z$
16.  $X$  が  $N(5, 36)$  に従うとき,  $P(3 < X < 8)$ ,  $P(X \leq c) = 0.135$  を満たす  $c$  をそれぞれ求めよ.
17.  $X$  が  $N(2, 16)$  に従うとき,  $P(0 < X < 2)$ ,  $P(X \leq c) = 0.329$  を満たす  $c$  をそれぞれ求めよ.
18.  $X$  が  $N(3, 10)$  に従うとき,  $P(0 < X < 1)$ ,  $P(X > c) = 0.329$  を満たす  $c$  をそれぞれ求めよ.
19. サイコロを 420 回投げたとき, 平均値  $\bar{X}$  が 3.4 以上, 3.6 以下である確率を求めよ.
20. コイン投げをして表が出たら 1, 裏が出たら 0 とする. これを 100 回繰り返したときの平均値が 0.4 以上 0.6 以下の確率を求めよ.
21. サイコロを 500 回投げたとき, 平均値が 3.45 以上, 3.55 以下である確率を求めよ.
22. 10 % の確率で当たるくじを 60 本引くとき, 10 本以上あたりがでる確率はいくらか.
23. コイントスを 100 回行うとき, 60 回以上表の確率を求めよ.
24. 命中率 0.65 の狙撃手が 10 発撃つとき, 7 発以上命中させる確率と, 命中が 3 発以下である確率を求めよ.