

確率・統計 例題・演習問題集 その1

- サイコロ投げの全事象を $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ とする. 事象 A, B, C をそれぞれ $A = \{1, 3, 5\}, B = \{4, 5, 6\}, C = \{1, 2\}$ とするとき, 次の問いに答えよ.
 - $A \cup B, A^c, A \cap B, B \cap C$ をそれぞれ求めよ.
 - $A \cup C, A \cap C, B^c, B^c \cap C^c$ をそれぞれ求めよ.
- サイコロを2つ投げるとき, 事象 A を少なくとも一つ1の目がでる, 事象 B を偶数の目が出ない, 事象 C を4以上の目が少なくとも一つ出る, とするとき, $A \cap B, A \cup B, A \cap B \cap C$ をそれぞれ求めよ. ただし, a, b という目が出ることを, (a, b) と書くこととする.
- 52枚のトランプから1枚引く. 事象 A をスペードを引く, 事象 B を絵札 (J, Q, K) を引くとするとき, $P(A), P(B), P(A \cap B), P(A \cup B)$ をそれぞれ求めよ.
- 3人でジャンケンをするとき, 事象 A をあいこになる, 事象 B をグーチョキパーのうち2種類以上がでる, とするとき, $P(A), P(B), P(A \cap B), P(A \cup B)$ をそれぞれ求めよ.
- 3本のあたりが入った10本のくじから1本を引く. 先にXさんが引き, 次にYさんが引くとき, 事象 A をXさんがあたりを引く, 事象 B をYさんがあたりを引く, とする. このとき次の問いに答えよ.
 - Xさんが引いたくじを戻すとき, A と B は互いに独立か調べよ.
 - Xさんが引いたくじを戻さないとき, A と B は互いに独立か調べよ.
- 白玉5個, 赤玉10個入った壺から, XさんとYさんが順に1個ずつ取る. 事象 A をXさんが白玉を取る, 事象 B をYさんが白玉を取るとするとき, $P(B|A)$ を求めよ. また, 事象 A と事象 B が互いに独立か調べよ.
- コイントスを5回するとき, 全て表である確率を求めよ.
- トランプからXさんとYさんの順で1枚ずつ引く. 事象 A をXさんがハートを引く, 事象 B をYさんがエースを引くとするとき, 事象 A と事象 B が互いに独立か調べよ.
- 両面が赤のカード, 両面が白のカード, 片面が赤でもう片面が白のカードの3枚のカードが袋に入っている. この袋から1枚取り出して, 見えている面が赤であるとき, その裏面が白である確率を求めよ.
- X, Y, Zの3人がクッキーを持ち寄った. 割合はそれぞれ35%, 40%, 25%であった. そのうちそれぞれ8%, 5%, 3%が割れていた. さて, その中の1つを取り出したとき, それが割れたクッキーであった. このクッキーをXが作った確率はいくらか.

11. ある製品を, X, Y, Z の 3 社から, それぞれ 40 %, 30 %, 30 % の割合で納入させていたが, 不良率はそれぞれ 2 %, 4 %, 5 % であった. いま製品の 1 つを取り出したとき, 不良品であったとすると, それが X 社の製品である確率を求めよ.
12. あるサッカーチームの 1 点差以内の試合での勝率が 70 %, 2 点差以上の試合での勝率が 50 % とする. また, 1 点差以内の試合の割合は 60 % だった. これらのことから, 勝ち試合のうち 1 点差以内の試合の割合を求めよ.
13. サイコロ投げで出る目を X とするとき, X の確率分布と, 分布関数 $F(x)$ を求めよ.
14. コインの表に 1, 裏に 0 の数字を書いて投げる. その結果を X とするとき, X の確率分布と, 分布関数 $F(x)$ を求めよ.

15. X の確率分布が

X	-1	0	1
確率	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$	p

で与えられているとき, p および $P(X^2 = 1)$ をそれぞれ求め, 分布関数 $F(x)$ をグラフに書け.

16. $a < b$ である実数に対し, 連続型確率変数 X の密度関数 $p(x)$ が

$$p(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & a \leq x \leq b \\ 0 & \text{その他} \end{cases}$$

で与えられているとき, 分布関数 $F(x)$ を求めよ.

17. 連続型確率変数 X の密度関数 $p(x)$ が

$$p(x) = \begin{cases} ax(1-x) & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{その他} \end{cases}$$

で与えられているとき, 次の問いに答えよ.

- (1) a の値を求めよ.
- (2) $P(\frac{1}{4} \leq X < \frac{1}{2})$ を求めよ.
- (3) 分布関数 $F(x)$ を求めよ.

18. 連続型確率変数 X の密度関数 $p(x)$ が

$$p(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{1}{3} & 0 \leq x < 1 \\ c & 1 \leq x < 5 \\ 0 & 5 \leq x \end{cases}$$

で与えられているとき, 次の問いに答えよ.

- (1) c の値を求めよ.
- (2) $P(\frac{1}{2} \leq X < 4)$ を求めよ.
- (3) 分布関数 $F(x)$ を求めよ.

19. 連続型確率変数 X に対し、分布関数 $F(x)$ が

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 1 - e^{-\lambda x} & x \geq 0 \end{cases}$$

で与えられているとき、次の問いに答えよ。ただし $\lambda > 0$ とする。

- (1) $\lambda = 1$ のときの $F(x)$ のグラフを描け。
- (2) $P(0 \leq X \leq 1/\lambda)$ を求めよ。
- (3) 対応する確率密度関数 $p(x)$ を求めよ。

20. トランプを引いたときの数を X とするとき、その期待値、分散、標準偏差を求めよ。

21. 連続型確率変数 X に対し、確率密度関数 $p(x)$ が

$$p(x) = \begin{cases} 6x(1-x) & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{その他} \end{cases}$$

で与えられているとき、その期待値、分散、標準偏差を求めよ。

22. サイコロを振って、出た目を X とするとき、その期待値、分散、標準偏差を求めよ。

23. $a < b$ である実数に対し、連続型確率変数 X の密度関数 $p(x)$ が

$$p(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & a \leq x \leq b \\ 0 & \text{その他} \end{cases}$$

で与えられているとき、その期待値、分散、標準偏差を求めよ。

24. 連続型確率変数 X の密度関数 $p(x)$ が

$$p(x) = \begin{cases} 2e^{-2x} & x > 0 \\ 0 & \text{その他} \end{cases}$$

で与えられているとき、その期待値、分散、標準偏差を求めよ。