

## 応用数学II 平成30年度後期 期末試験

注意：解答の順番は問わないが，どの問題の解答か分かるように書くこと．また，解答の書き方により，記載の配点とは別に，最大で5点の加点または減点をすることがある．

1. 周期  $2\pi$  をもち，区間  $(-\pi, \pi]$  において

$$f(x) = x^2$$

で与えられる関数について，次の問いに答えよ．

- (1)  $f(x)$  のフーリエ級数を求めよ．(15点)  
(2)  $f(x)$  とそのフーリエ級数に  $x = 0$  を代入することで，次の等式を示せ．(5点)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2} = \frac{\pi^2}{12}$$

2. 周期  $2\pi$  の周期関数  $f(x)$  が  $(-\pi, \pi]$  において

$$f(x) = \begin{cases} 2 & (0 \leq x \leq \pi) \\ 0 & (-\pi < x < 0) \end{cases}$$

で定義されるとき， $f(x)$  の複素形フーリエ級数を求めよ．(15点)

3. 次の関数のフーリエ変換を求めよ．(15点)

$$f(x) = \begin{cases} x - 4 & (|x| \leq 4) \\ 0 & (|x| > 4) \end{cases}$$

4. ベクトル  $\mathbf{a} = (1, 2, 1)$ ， $\mathbf{b} = (2, 1, 3)$ ， $\mathbf{c} = (2, 0, 1)$  について， $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$  と  $\mathbf{c}$  のなす角を  $\varphi$  とするとき， $\cos \varphi$  を求めよ．(9点)

5. 曲線  $C : \mathbf{r}(t) = (3 \cos t, 3 \sin t, 4t)$  について，次の問いに答えよ．

- (1)  $\mathbf{r}(0)$  から  $\mathbf{r}(t)$  までの弧長  $s(t)$  を求め， $\mathbf{r}(t)$  を弧長パラメータ表示せよ．(9点)  
(2) フレネ標構  $\mathbf{e}_1(s)$ ， $\mathbf{e}_2(s)$ ， $\mathbf{e}_3(s)$  を求めよ．(9点)

6. ベクトル場  $\mathbf{a}(x, y, z) = (1, 1, 1)$  の流線を求めよ．(5点)

7. 次のスカラー場の，点  $(1, 0, 0)$  における勾配を求めよ．(9点)

$$f(x, y, z) = x^2 \sin y \cos z$$

8. ベクトル場

$$\mathbf{a}(x, y, z) = (y^2 z, x z^2, x^2 y)$$

の発散と回転を求めよ．(9点)