

線形代数2 例題・演習問題集 その5

1. 次の行列の, 固有多項式, 固有値, 各固有値の重複度, 固有ベクトル, 固有空間の次元をそれぞれ求めよ.

$$(1) \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$(2) \quad A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$(3) \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ -2 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$(4) \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(5) \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

2. 次の行列が対角化可能か判定し, 可能であれば対角化せよ.

$$(1) \quad A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 \\ 1 & -3 & 1 \\ 0 & -2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$(2) \quad A = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 2 \\ 1 & -3 & 1 \\ 2 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$(3) \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(4) \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(5) \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$(6) \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(7) \quad A = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & -4 \\ 2 & 4 & -5 \end{bmatrix}$$

$$(8) \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

3. 次の対称行列を, 直交行列を用いて対角化せよ.

$$(1) \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(2) \quad A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(3) \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$