

応用数学II 平成29年度後期 期末試験

注意：解答の順番は問わないが，どの問題の解答が分かるように書くこと．また，解答の書き方により，記載の配点とは別に，最大で5点の加点または減点をすることがある．

1. 周期 2π をもち，区間 $(-\pi, \pi]$ において

$$f(x) = 2x - 3$$

で与えられる関数について，次の問いに答えよ．

- (1) $f(x)$ のフーリエ級数を求めよ．(15点)
(2) $f(x)$ にパーセバルの等式を用いることで，次の等式を示せ．(5点)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$$

2. 周期 2ℓ の周期関数 $f(x)$ が $(-\ell, \ell]$ において

$$f(x) = \begin{cases} 1 & (0 \leq x \leq \ell) \\ -1 & (-\ell < x < 0) \end{cases}$$

で定義されるとき， $f(x)$ のフーリエ級数を求めよ．(15点)

3. 次の関数のフーリエ変換を求めよ．(15点)

$$f(x) = \begin{cases} x - 4 & (|x| \leq 4) \\ 0 & (|x| > 4) \end{cases}$$

4. ベクトル $\mathbf{a} = (1, 2, 3)$ ， $\mathbf{b} = (2, 3, 4)$ ， $\mathbf{c} = (1, 1, -1)$ について， $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ および $|\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} \cdot \mathbf{c}|$ を求めよ．(10点)

5. 次の曲線に対して， $\mathbf{r}(0)$ から $\mathbf{r}(t)$ までの弧長 s を求め，弧長パラメータ表示せよ．(10点)

$$\mathbf{r}(t) = (t, 1 + 2t)$$

6. 曲面

$$\mathbf{r}(u, v) = (u \cos v, u \sin v, u) \quad (0 \leq u \leq 1, 0 \leq v \leq 2\pi)$$

の曲面積を求めよ．(10点)

7. 次のスカラー場の，点 $(0, 1, 1)$ における勾配を求めよ．(10点)

$$f(x, y, z) = \frac{e^x}{1 + y^2 + z^2}$$

8. ベクトル場

$$\mathbf{a}(x, y, z) = (y^2z, xz^2, x^2y)$$

の発散と回転を求めよ．(10点)