

## 線形代数2 例題・演習問題集 その2

1. 次のベクトルの組が1次独立か判定せよ.

$$\begin{aligned} (1) \quad & v_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad v_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \\ (2) \quad & v_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad v_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad v_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \\ (3) \quad & v_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad v_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix} \\ (4) \quad & v_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad v_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad v_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \\ (5) \quad & v_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad v_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad v_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

2.  $\mathbb{C}^3$  の基本ベクトルの組

$$e_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad e_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad e_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

が基底であることを示せ.

3. 次の,  $\mathbb{C}^2$  または  $\mathbb{C}^3$  のベクトルの組が, それぞれの空間の基底であることを示せ.

$$\begin{aligned} (1) \quad & v_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad v_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad v_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \\ (2) \quad & v_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad v_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \\ (3) \quad & v_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad v_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad v_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\ (4) \quad & v_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad v_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad v_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

4. 次の空間の次元を求めよ.

$$(1) \quad V = \{(x, y) \in \mathbb{C}^2 \mid x + y = 0\}$$

$$(2) \quad V = \{(x, y) \in \mathbb{C}^2 \mid x + 2y = 0\}$$

$$(3) \quad V = \{(x, y, z) \in \mathbb{C}^3 \mid x + y + z = 0\}$$

$$(4) \quad V = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{C}^4 \mid x + y = 0, x + 2y + w + 2z = 0\}$$

5.  $\mathbb{C}^3$ において,  $W_1$  と  $W_2$  を以下で定めるとき,  $W_1, W_2, W_1 \cap W_2, W_1 + W_2$  の次元をそれぞれ求めよ.

$$W_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{C}^3 \mid x + 2y + 3z = 0\}$$

$$W_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{C}^3 \mid x = y = z\}$$

6.  $\mathbb{C}^4$ において,  $W_1$  と  $W_2$  を以下で定めるとき,  $W_1, W_2, W_1 \cap W_2, W_1 + W_2$  の次元をそれぞれ求めよ.

$$W_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{C}^4 \mid 2x + 2y + z + w = 0\}$$

$$W_2 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{C}^4 \mid x = y, z = w\}$$