

線形代数2 例題・演習問題集 その1

1. \mathbb{C}^2 が線形空間であることを示せ.
2. $M(m, n; \mathbb{C})$ が線形空間であることを示せ.
3. $\mathbb{C}[x]$ の零ベクトルと, $p(x) = a_0 + a_1x + \cdots + a_nx^n$ の逆元がなにか答えよ.
4. 線形空間の零ベクトルがただ一つであることを示せ.
5. $x \in V$ (V は線形空間) に対する逆ベクトルがただ一つであることを示せ.
6. 任意の $x \in V$ に対して, $0 \cdot x$ が零ベクトルであることを示せ.
7. 任意の $x \in V$ に対して, $(-1) \cdot x$ が x の逆ベクトルであることを示せ.
8. 講義中に説明した同一視のもとで, \mathbb{C}^2 が \mathbb{C}^3 の部分空間になることを示せ.
9. \mathbb{C}^3 において, ベクトル $v = (2, 3, 1)$ が $u = (1, 1, 2)$ と $w = (1, 0, 5)$ によって生成される部分空間に入っているか調べよ. また, 入っている場合は v を u と w の一次結合で表せ.
10. \mathbb{C}^2 において, ベクトル $v = (1, 4)$ が $u = (2, 3)$ と $w = (3, 1)$ によって生成される部分空間に入っているか調べよ. また, 入っている場合は v を u と w の一次結合で表せ.
11. \mathbb{C}^3 において, ベクトル $v = (1, 4, -3)$ が $u = (2, 3, 2)$ と $w = (-1, 0, 2)$ によって生成される部分空間に入っているか調べよ. また, 入っている場合は v を u と w の一次結合で表せ.
12. \mathbb{C}^3 において, ベクトル $v = (1, 2, 3)$ が $u = (2, 1, 5)$ と $w = (1, 0, a)$ によって生成される部分空間に入るための a の条件を求めよ.
13. \mathbb{C}^3 において, $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{C}^3 \mid 2x - y + 3z = 0\}$ を $\langle v, w \rangle$ の形で表せ.
14. \mathbb{C}^3 において, $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{C}^3 \mid x + y + z = 0\}$ を $\langle v, w \rangle$ の形で表せ.
15. \mathbb{C}^3 において, $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{C}^3 \mid x = y = z\}$ を $\langle v, w \rangle$ の形で表せ.
16. \mathbb{C}^4 において, $W = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{C}^4 \mid x + y + z + w = 0, x + 2y + z + 2w = 0\}$ を $\langle v, w \rangle$ の形で表せ.
17. \mathbb{C}^3 において, $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{C}^3 \mid x + y + z = 1\}$ が部分空間にならないことを示せ.
18. \mathbb{C}^3 において, $W_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{C}^3 \mid 2x + y - z = 0\}$, $W_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{C}^3 \mid x = y = z\}$ とするとき, $W_1 \cap W_2$ を $\langle v, w \rangle$ の形で表せ.
19. \mathbb{C}^3 において, $W_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{C}^3 \mid x - 2y + 3z = 0\}$, $W_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{C}^3 \mid x = y = z\}$ とするとき, $W_1 \cap W_2$ が $\{0\}$ となることを示せ.
20. \mathbb{C}^4 において, $W_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{C}^4 \mid x + 2y - z - 2w = 0\}$, $W_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{C}^3 \mid x = y\}$ とするとき, $W_1 \cap W_2$ を $\langle v, w \rangle$ の形で表せ.