

応用数学II 平成28年度後期 期末試験

注意：解答の順番は問わないが，どの問題の解答が分かるように書くこと．また，解答の書き方により，記載の配点とは別に，最大で5点の加点または減点をする可能性がある．

1. 周期 2π をもち，区間 $(-\pi, \pi]$ において

$$f(x) = |x|$$

で与えられる関数について，次の問いに答えよ．

- (1) $f(x)$ のフーリエ級数を求めよ．(15点)

- (2) $f(x)$ とそのフーリエ級数に $x = 0$ を代入することで，級数

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2}$$

の値を求めよ．(5点)

2. 周期 2π の周期関数 $f(x)$ が $(-\pi, \pi]$ において

$$f(x) = x - 2$$

で定義されているとき， $f(x)$ の複素形フーリエ級数を求めよ．(15点)

3. 次の関数のフーリエ変換を求めよ．(15点)

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x} & (x \geq 0) \\ 0 & (x < 0) \end{cases}$$

4. ベクトル $\mathbf{a} = (1, 2, 1)$ ， $\mathbf{b} = (2, 1, 3)$ ， $\mathbf{c} = (2, 0, 1)$ について， $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ および $|\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} \cdot \mathbf{c}|$ を求めよ．(10点)

5. 曲線 $C : \mathbf{r}(t) = (4 \cos t, 4 \sin t, 3t)$ に対して，次の問いに答えよ．(18点)

- (1) $\mathbf{r}(0)$ から $\mathbf{r}(t)$ までの弧長 $s(t)$ を求め，弧長パラメータ表示せよ．

- (2) 曲線 C のフレネ標構を求めよ．

6. 曲面

$$\mathbf{r}(u, v) = (\sin u \cos v, \sin u \sin v, \cos u) \quad (0 \leq u \leq \pi, 0 \leq v \leq 2\pi)$$

の曲面積を求めよ．ただし，中学校で習う球の表面積を求める公式は用いてはいけない．(12点)

7. ベクトル場

$$\mathbf{a}(x, y, z) = (y^2 z, x z^2, x^2 y)$$

の発散と回転を求めよ．(10点)