

応用数学I 平成28年度前期 期末試験問題

注意：解答の順番は問わないが，どの問題の解答か分かるように書くこと．また，解答の書き方により，記載の配点とは別に，最大で5点の加点または減点をすることがある．

1. 変数 x の関数 $y = y(x)$ についての微分方程式を解け．(各9点)

$$(1) y' = (\tan y)(\tan x) \qquad (2) xy' + 4y = x^{-4}$$

$$(3) (2x + e^y)dx + xe^y dy = 0$$

2. 変数 x の関数 $y = y(x)$ についての微分方程式

$$y' = \frac{x - y - 1}{x - 2y - 1}$$

を解け．(12点)

3. 変数 x の関数 $y = y(x)$ についての2階線形微分方程式を解け．(14点)

$$y'' - 4y = 2e^{3x} + \sin x$$

4. 変数 t の関数 $f(t) = t$ のラプラス変換を，ラプラス変換の公式を使わず，定義にしたがって計算せよ．ただし，ラプラス変換の定義は

$$F(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt$$

であり，また s は十分大きいとしてよい．(10点)

5. 像の積分法則を用いて，

$$f(t) = \frac{1 - e^{2t}}{t}$$

のラプラス変換を求めよ．(7点)

6. 変数 t の関数 $f(t)$ についての初期値問題

$$f''(t) - 6f'(t) + 9f(t) = 0, \quad f(0) = 0, \quad f'(0) = 2$$

を，ラプラス変換を用いて解け．(15点)

7. 変数 t の関数 $f(t)$ ， $g(t)$ についての連立微分方程式

$$\begin{cases} f'(t) + g(t) = 0 \\ g'(t) - f(t) = 0 \end{cases} \quad (f(0) = 1, g(0) = 2)$$

を，ラプラス変換を用いて解け．(15点)