

応用数学II 平成27年度後期 期末試験

1. 周期 2π をもち、区間 $(-\pi, \pi]$ において

$$f(x) = x$$

で与えられる関数について、次の問いに答えよ。

- (1) $f(x)$ のフーリエ級数を求めよ。(15点)
(2) $f(x)$ にパーセバルの等式を用い、級数

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$$

の値を求めよ。(5点)

2. 周期 2π の周期関数 $f(x)$ が $(-\pi, \pi]$ において次式で定義されているとき、 $f(x)$ の複素形フーリエ級数を求めよ。(15点)

$$f(x) = \begin{cases} 0 & (-\pi < x < 0) \\ 2 & (0 \leq x \leq \pi) \end{cases}$$

3. 次の関数のフーリエ変換を求めよ。(15点)

$$f(x) = \begin{cases} |x| & (|x| \leq 1) \\ 0 & (|x| > 1) \end{cases}$$

4. $\mathbf{a} = (1, 2, -1)$, $\mathbf{b} = (-1, 1, 2)$ とするとき、 $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ を求めよ。また、 \mathbf{a} , \mathbf{b} の両方と直交する単位ベクトルをすべて挙げよ。(10点)

5. 曲線 $C: \mathbf{r}(t) = (4 \cos t, 4 \sin t, 3t)$ に対して、次の問いに答えよ。(18点)

- (1) $\mathbf{r}(0)$ から $\mathbf{r}(t)$ までの弧長 $s(t)$ を求め、弧長パラメータ表示せよ。
(2) 曲線 C のフレネ標構を求めよ。

6. 曲面

$$\mathbf{r}(u, v) = (u \cos v, u \sin v, u) \quad (0 \leq u \leq 1, 0 \leq v \leq 2\pi)$$

の曲面積を求めよ。(12点)

7. スカラー場

$$f(x, y, z) = x^2y + xy^2 - z$$

の勾配を求めよ。(10点)